大人のための

算数・数学

第一冊　数と計算の根本

意味から学び直す

同じ大きさを、違う形で表す



$$\frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$$

全体を1としたときの、四分の一

かつて覚えた計算を、今度は仕組みから。

和会塾

この本の使い方

この本で学ぶこと

かつて覚えた計算や公式を、今度は意味から確かめます。数が表すもの、計算の働き、数量の関係を、図・言葉・式を行き来しながら学び直す一冊です。

小学校算数の全範囲を網羅する本ではありません。数と計算を中心に、分数・小数・割合・単位量当たりの大きさまでを扱います。負の数、文字式、図形、関数などの本格的な学習は後続巻へつながります。

進め方

章の順に進むことを基本とします。すでに分かる内容は到達確認から確かめ、迷ったときは解答にある戻り先を使って読み直してください。速さを競う必要はありません。

解答と考え方は各章の末尾にあります。短い答えだけでなく、理由や確かめ方を照らし合わせてください。記述の答えは、同じ内容を表す式や図でもかまいません。

図の読み方

全体の1、単位、目盛り、図の条件を確かめます。模様や境界も手がかりにして、色だけで判断しないようにしましょう。

目次

学ぶ内容を探す

第一部　数とその表し方を知る

第一章　数は何を表しているのか　5

第二章　10 倍、10 分の 1 と位取り　21

第三章　分数とはどんな数か　39

第四章　同じ数を違う形で表す　57

第二部　計算の意味を理解する

第五章　足すこと、引くこと　80

第六章　掛け算は何をするのか　101

第七章　割り算は何をするのか　121

第八章　小数の計算はなぜできるか　142

第九章　分数の足し算・引き算　165

第十章　分数の掛け算・割り算　189

第十一章　計算の法則と工夫　215

第三部　数量の関係を捉える

第十二章　「等しい」とはどういうことか　238

第十三章　大きさを比べる二つの方法　258

第十四章　割合と百分率の意味　277

第十五章　二つの量を結びつける　298

章名または頁番号から、各章へ移動できます。

解答と考え方の案内

各章末の解答と考え方を探す

第一部　数とその表し方を知る

第一章　数は何を表しているのか　17

第二章　10 倍、10 分の 1 と位取り　34

第三章　分数とはどんな数か　52

第四章　同じ数を違う形で表す　74

第二部　計算の意味を理解する

第五章　足すこと、引くこと　96

第六章　掛け算は何をするのか　117

第七章　割り算は何をするのか　138

第八章　小数の計算はなぜできるか　161

第九章　分数の足し算・引き算　183

第十章　分数の掛け算・割り算　210

第十一章　計算の法則と工夫　234

第三部　数量の関係を捉える

第十二章　「等しい」とはどういうことか　254

第十三章　大きさを比べる二つの方法　273

第十四章　割合と百分率の意味　294

第十五章　二つの量を結びつける　315

章名または頁番号から、各章の解答へ移動できます。

第一章

数は何を表しているのか

同じ「1」でも、1箱と1本では数えているものが違います。1mと100cmは数値が違っても同じ長さです。この章では、数そのものと、数を使って表している対象や量を分けて考えます。

使う知識　整数の読み方・大小と簡単な足し算。掛け算の記号は例題一で確かめられます。単位の関係は本文に示します。小数や分数の計算は使いません。

進み方　本文と練習を順に進めます。すでに分かる場合は到達確認から始め、迷った箇所へ戻れます。理由は文章・式・図で説明してかまいません。

一　何を一つと数えるか

ペンが6本入った箱が1箱ある場面と、ペンが1本ある場面を比べてみましょう。



図一　数える対象を変えると個数も変わります。

どちらの「1」も、数としては同じ1です。異なるのは、何を一つと数えているかです。左は箱を、右はペンを数えています。左の場面でも、中のペンを数えれば6本になります。

「箱」「本」「枚」のような言葉は、数える対象や数え方を示す助数詞です。数だけを読むと、何がいくつあるのかを取り違えることがあります。

補足　数と数字

「数」は数学で扱う大きさなどを表し、「数字」は数を書き表すための記号です。例えば、18という一つの数は、1と8という二つの数字を並べて書きます。数字の位置が表す意味は、第二章で詳しく見ます。

問一　対象と個数

どの箱にもペンが 6 本ずつ入っています。箱は 3 箱あります。

（1）箱の個数と、ペンの総本数をそれぞれ答えてください。

箱の個数　＿＿＿＿箱　　ペンの総本数　＿＿＿＿本

（2）このペンを 1 本ずつ取り出し、すべてを一つの袋に入れます。ペンの本数は何本になりますか。

ペンの本数　＿＿＿＿本

（3）「3 箱分のペン」と「3 本のペン」は、同じ本数ですか。この場面の条件を使って説明してください。

例題一　まとまりから中身の数を求める

紙が 10 枚ずつ入った束が 4 束あります。紙は全部で何枚ありますか。

求めるのは束の数ではなく、紙の枚数です。10 枚のまとまりが四つあるので、次のように計算できます。



例題一の図　1 束に 10 枚、四つの束を合わせると 40 枚になります。

$$10 + 10 + 10 + 10 = 40$$

同じ数を四つ足す計算は、掛け算で 10×4 とも書けます。「×」は掛け算の記号です。

$$10 \times 4 = 40$$

答えは 40 枚です。等号「＝」は、左右が同じ数や同じ量を表すことを示します。答えを確かめるには、40 枚を 10 枚ずつのまとまりに戻します。四つの束になるので、もとの条件と一致します。

二　数が担う四つの働き

30

次の四つの文には、いずれも 30 という表記が登場します。そこから何が分かるかは、文によって異なります。

表現	表していること	数の働き
会場に 30 人いる	人が 30 人いる	個数や人数
列の 30 番目にいる	列の中の位置が 30 番目	順序
気温が 30℃である	摂氏温度の値が 30℃	測った量を表す数値
会議室の番号が 30	30 という番号の部屋	識別する番号

30 番目の人が 30 人いるわけではありません。また、会議室 30 が会議室 20 より広いとは限りません。識別する番号は、対象を区別するために使われています。

番号に一定の付け方があれば、階や場所を推測できることもあります。しかし、その規則を知らないまま、番号の大小から部屋の広さや利用者の年齢を判断することはできません。

問二　働きを見分ける

次のア〜エから、各文に示した数の働きを一つ選んでください。

ア　個数や人数　　イ　順序
ウ　測った量を表す数値　　エ　識別する番号

（1）利用カードの番号は 1258 です。

答え　＿＿＿＿

（2）駅から家までの距離は 800m です。

答え　＿＿＿＿

（3）大会で 42 番目にゴールしました。

答え　＿＿＿＿

（4）倉庫には箱が 42 個あります。

答え　＿＿＿＿

（5）水筒の水の体積は 500mL です。

答え　＿＿＿＿

問三　数だけでは足りない情報

（1）受け取ったメモには「資料の数量 12」とだけ書かれています。資料が全部で何枚あるかを知るために、どんな情報を確認しますか。

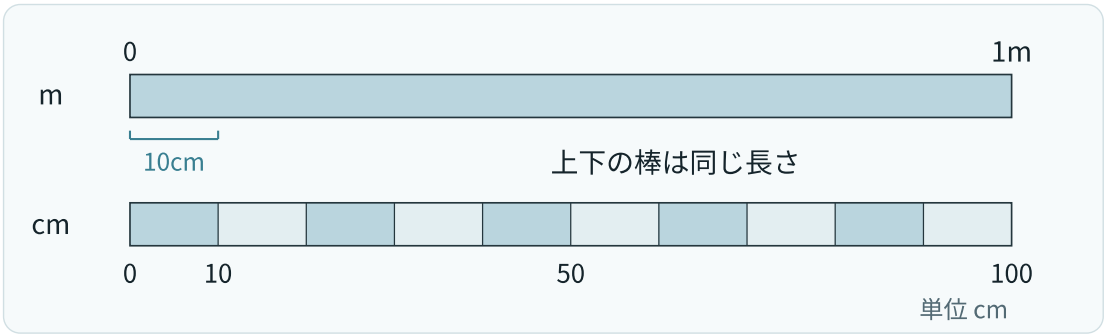
（2）「会議室 30 は、会議室 20 より広い」と判断した人がいます。部屋番号だけでこの判断ができますか。理由も答えてください。

三　量の大きさと数値を分ける

長さや時間など、測って大きさを表せるものを「量」といいます。ここでは長さを、基準となる長さの何個分かで表します。この基準を示すのが、m や cm などの単位です。

長さの単位には m や cm があります。1m は 100cm と同じ長さです。

$$1\,\mathrm{m} = 100\,\mathrm{cm}$$



図二　下の棒は 10 区間に分けてあり、一区間が 10cm です。

1m を単位として測ると 1 つ分、1cm を単位として測ると 100 個分です。同じ長さを、異なる大きさの単位で表しています。

「100cm」の 100 や「1m」の 1 は、量を数で表したときの数値です。数値だけなら 100 は 1 より大きいですが、100cm という長さと 1m という長さは等しいままです。

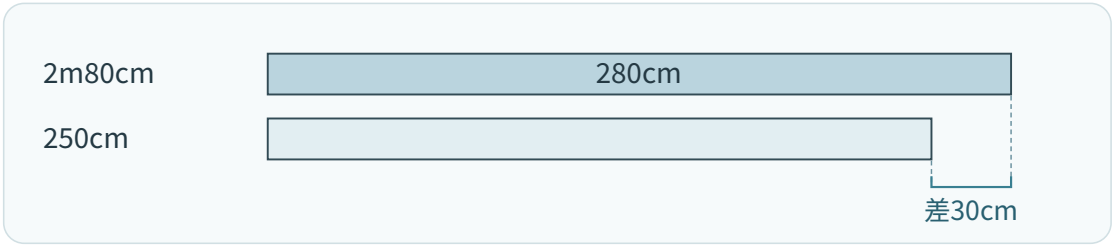
長さを比べるときは、数値と単位を一緒に読みます。同じ単位にそろえると、数値の大小から比較できます。単位どうしの関係が分かっていれば、別の表し方で比較してもかまいません。

例題二　単位をそろえて比較する

2m80cm と 250cm では、どちらが長いですか。1m＝100cm として考えます。

2m は 100cm が二つ分なので 200cm です。そこに 80cm を合わせると 280cm になります。

$$200\,\mathrm{cm} + 80\,\mathrm{cm} = 280\,\mathrm{cm}$$



例題二の図　左端をそろえ、同じ縮尺で二つの長さを比べます。

280cm は 250cm より長いので、2m80cm の方が長いと分かります。

別の表し方で確かめましょう。250cm は 2m50cm です。2m の部分が同じで、80cm は 50cm より長いので、同じ結論になります。

問四　換算して比較する

1m＝100cm として答えてください。

（1）2m は何 cm ですか。

長さ　＿＿＿＿cm

（2）350cm は何 m 何 cm ですか。1m のまとまりをできるだけ取り、残りを cm で表してください。

長さ　＿＿＿＿m　＿＿＿＿cm

（3）3m と 250cm では、どちらが長いですか。比べられる表し方も示してください。

長い方　＿＿＿＿

問四（続き）

（4）5cm と 2m では、どちらが長いですか。5 と 2 という数値だけでは判断できない理由も説明してください。

長い方　＿＿＿＿

問五　数値と量の大きさ

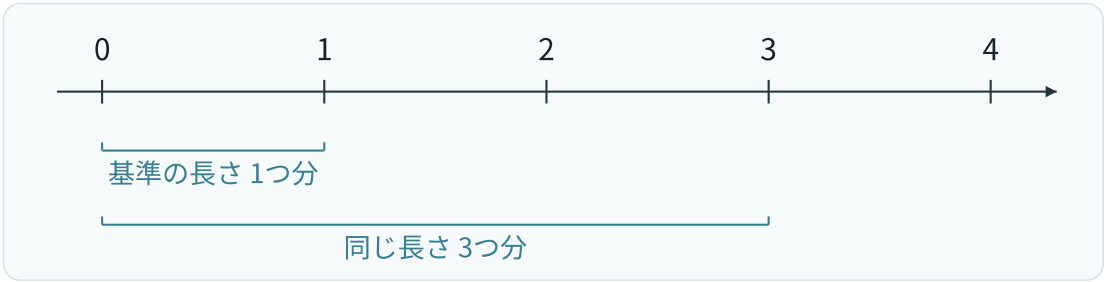
（1）1m と同じ長さを表すものを、すべて選んでください。
ア　10cm　　イ　100cm　　ウ　1000mm　　エ　10m
ただし、1m＝1000mm とします。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）「単位を変えると、同じ長さでも数値が変わることがある」と説明するために、一組の表し方を挙げてください。

四　数直線の数と量を対応させる

数を位置として表す直線を、数直線といいます。下の図では 0 と 1 の間の長さを基準に、等しい間隔で 2、3、4 を置いています。

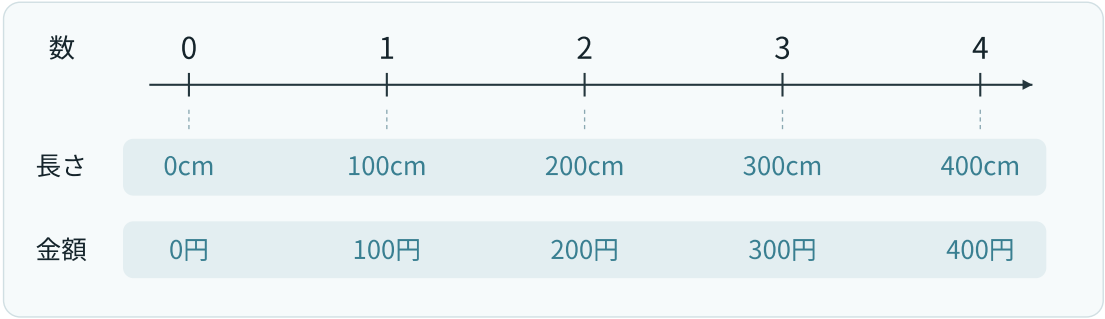


図三　数が 1 増えるごとに、同じ長さだけ右へ進みます。

0 から 3 までの長さは、0 から 1 までの長さの 3 倍です。紙に大きく描いても小さく描いても、この関係は変わりません。

数直線上の 3 は数を表しています。そのままで 3m や 3 円を意味するわけではありません。現実の量を表すには、数と量の対応を決めます。

次の図では、数の 0 に 0cm または 0 円を対応させています。数が 1 増えるたびに、長さは 100cm、金額は 100 円ずつ増えると決めています。



図四　同じ数直線でも、対応させる量や単位を選べます。

この決め方では、数の 3 は 300cm にも 300 円にも対応します。数としての 3 は同じですが、対応させている量が違います。0 の位置に何を対応させるか、同じ間隔ごとにどれだけ増えるかを、併せて確かめます。

例題三　数直線から金額を読む

数の 0 を 0 円、数の 1 を 120 円に対応させ、数が 1 増えるごとに 120 円ずつ増えるとします。数の 3 に対応する金額はいくらですか。

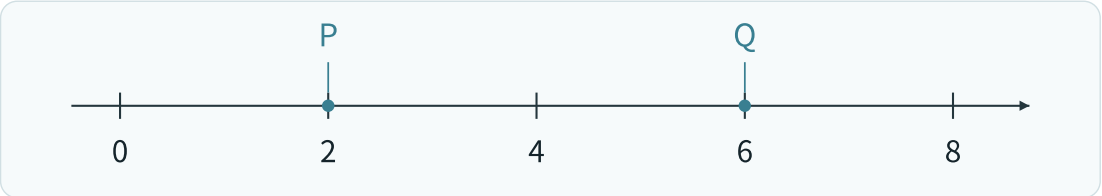
図四では数の 1 に 100 円を対応させましたが、この例題では 120 円を対応させます。0 から 3 までは、0 から 1 までの長さが三つ分あります。したがって、120 円を三つ合わせます。

$$120 + 120 + 120 = 360$$

答えは 360 円です。120 円、240 円、360 円と、同じ額ずつ増えていることでも確かめられます。

問六　目盛りと対応を読む

図五の目盛りは等間隔です。P と Q は、示された目盛りの位置にあります。



図五　隣り合う目盛りの数の差を確かめて読みます。

(1) 隣り合う目盛りの数の差はいくつですか。P と Q が表す数も答えてください。

目盛りの差　＿＿＿＿　　P　＿＿＿＿　　Q　＿＿＿＿

(2) 0 から Q までの長さは、0 から P までの長さの何倍ですか。

＿＿＿＿＿倍

(3) 0 を 0 分に対応させ、数が 1 増えるごとに経過時間が 5 分ずつ増えるとします。P と Q に対応する経過時間を答えてください。

P　＿＿＿＿＿分　　Q　＿＿＿＿＿分

(4) 図五だけを見て「Q は 6m を表す」と言えますか。理由も答えてください。

五　0 が表していること

「乗客が 0 人いる」は、乗客が一人もいないことを表します。個数を表す 0 は、数える対象が一つもないことを示しています。

一方、「気温が 0℃である」は、温度が存在しないという意味ではありません。摂氏温度という尺度で、温度の値が 0℃であることを示します。0℃は、その尺度の中にある一つの値です。

数直線では、0 を数の位置の基準である原点と呼びます。個数、温度、数直線の位置で、数としての 0 が別の数になるわけではありません。0 を使って何を表しているかが異なります。

問七　0 の意味を読む

(1)「乗客が 0 人いる」の 0 は、何を表していますか。

(2)「気温が 0℃である」の 0 は、何を表していますか。「温度がない」と説明してよいかも答えてください。

(3) 図三の数直線で、0 の位置は何と呼ばれ、どんな役割を持っていますか。

位置の名前　＿＿＿＿

六　つなげて考える

ここまでの区別を、いくつかの情報が組み合わさった場面で使ってみましょう。

問八　資料の受け取りを確かめる

ある資料について、次の連絡が届きました。

「資料は 12 箱あります。1 箱に 20 冊ずつ入っています。箱には 101 から 112 までの番号を付けました。1 冊のページ数は、まだ確認していません。」

冊数の計算に迷ったら、20 冊ずつ足すか、10 箱分と 2 箱分に分けて考えられます。

(1) 資料は全部で何冊ありますか。式も示してください。

冊数　＿＿＿＿冊

式

(2) 箱番号 112 の「112」から、その箱に 112 冊入っていると判断できますか。理由も説明してください。

問八（3）この連絡だけで、資料全体のページ数を求められますか。求められない場合は、必要な情報を答えてください。

問九　数値だけで比べる考えへの反例

「二つの長さは、書かれている数値が大きい方が必ず長い」という考えを検討します。

（1）この考えが成り立たない例を、一組示してください。1m＝100cm として、本文の例を使っても、新しく作ってもかまいません。

（2）二つの長さを比較するとき、数値のほかに何を確かめる必要がありますか。

到達確認

本文を見ずに試してみましょう。答えを出した後は解答と照らし合わせ、どこで判断したかも確かめます。

確認一　数の働きと対象

（1）「受付番号は 18 です」と「待っている人は 18 人です」では、18 の働きはそれぞれ何ですか。

受付番号の 18

18 人の 18

（2）ペンが 6 本ずつ入った箱が 2 箱あります。箱の個数と、ペンの総本数を答えてください。

箱の個数　＿＿＿＿箱　　ペンの総本数　＿＿＿＿本

確認二　長さを表し直す

1m＝100cm として答えてください。

（1）4m20cm は何 cm ですか。

長さ　＿＿＿＿cm

（2）390cm は何 m 何 cm ですか。1m のまとまりをできるだけ取り、残りを cm で表してください。

長さ　＿＿＿＿m　＿＿＿＿cm

（3）4m20cm と 390cm では、どちらが長いですか。（1）と（2）を使い、異なる二つの表し方で確かめてください。

長い方　＿＿＿＿

確かめ方の一つ目

確かめ方の二つ目

確認三　数直線と 0

数直線の 0 を経過時間 0 分に対応させます。数の 1 が経過時間 15 分に対応し、数が 1 増えるごとに 15 分ずつ増えるとします。

(1) 数の 4 に対応する経過時間を答えてください。

経過時間　＿＿＿＿分

(2) その答えから、数の 1 に対応する経過時間が 15 分になることを確かめてください。

(3) 「経過時間 0 分」と「気温 0℃」の 0 は、それぞれ何を表していますか。

経過時間 0 分

気温 0℃

この章から次へ

数を読むときは、何を数え、何を単位にし、どんな働きに用いているかを確かめます。数の表し方が変わっても、対象や量の大きさが同じであることもあります。次の第二章では、数字の位置が表す大きさを調べ、整数と小数を同じ位取りの仕組みで捉えます。

第一章　解答と考え方

短い答えの問題は数値と単位を確かめます。理由を問う問題は、例と同じ言葉でなくても、必要な内容が示されていれば成立します。

問一　対象と個数

正答　(1) 箱は 3 箱、ペンは 18 本　(2) 18 本

(3) 解答例：同じ本数ではありません。1 箱に 6 本ずつ入っているので、3 箱分のペンは 18 本です。3 本のペンとは本数が異なります。

$$6+6+6=18$$

考え方　(2) では、入れる場所を変えても、ペンを増やしたり減らしたりしていません。数える対象はペンのままで、本数は 18 本です。

理由の確認：「何を数えるか」と「1 箱に 6 本」という条件が使われているかを見ます。3 箱と 3 本を、単に数値が同じだから等しいとする説明は成立しません。

← 戻り先：第一節の図一。箱を数える場合と、中のペンを数える場合を分けます。

問二　働きを見分ける

正答　(1) エ　(2) ウ　(3) イ　(4) ア　(5) ウ

考え方　1258 はカードを区別する番号です。800m は距離、500mL は体積を表す量の値です。42 番目はゴールした順序、42 個は箱の個数を表しています。

例えば、42 番目にゴールした人自身が 42 人いるわけではありません。表記の数に加えて、周りの言葉が何を示しているかを読みます。

← 戻り先：第二節の表。対象の個数、列の位置、量の値、識別番号のどれかを確かめます。

問三　数だけでは足りない情報

(1) 解答例：12 が枚数、冊数、箱数のどれを示すのかを確認します。12 冊や 12 箱なら、1 冊または 1 箱当たりの枚数も必要です。中身が同じ枚数でなければ、それぞれの枚数を調べます。

考え方　12 枚だと分かれば、求めたい枚数は 12 枚です。12 箱だと分かっても、箱に入る枚数が分からなければ全体の枚数は決まりません。何を知りたいかに応じて、必要な情報が変わります。

(2) 解答例：判断できません。部屋番号は部屋を区別するためのもので、広さを表す数値ではないからです。

問三（続き）　番号順に広くなるという規則が別に示されていれば判断の材料になりますが、この問題にはその条件がありません。

← 戻り先：第二節。数字だけから対象の性質まで読み取っていないかを確かめます。

問四　換算して比較する

正答　（1）200cm　（2）3m50cm

（3）3m の方が長いです。
3m は 300cm で、300cm は 250cm より長いと比べられます。250cm を 2m50cm と表しても、同じ結論になります。

（4）2m の方が長いです。
5cm と 2m は単位が違うので、5 と 2 だけでは比較できません。2m は 200cm で、5cm より長いと分かります。

考え方　（2）は、350cm を 100cm ずつ三つと 50cm に分けると、3m50cm になります。逆に 300cm と 50cm を合わせれば 350cm に戻るので、確かめられます。

← 戻り先：第三節の図二と例題二。同じ長さを異なる単位で表し直します。

問五　数値と量の大きさ

正答　（1）イ・ウ。　1m＝100cm＝1000mm です。

（2）解答例：1m と 100cm。数値は 1 と 100 で異なりますが、同じ長さを表しています。

別解例：2m と 200cm。3m50cm と 350cm。いずれも単位を含めて同じ長さを表していれば成立します。

理由の確認：異なる数値を用いた二つの表し方が、実際に同じ長さになっていることが必要です。数値が同じというだけでは条件を満たしません。

問六　目盛りと対応を読む

正答　（1）差は 2。P は 2、Q は 6　（2）3 倍。（3）P は 10 分、Q は 30 分

考え方　（2）では、0 から P までは隣り合う目盛りの間隔が一つ分、0 から Q までは三つ分です。そのため 3 倍と分かります。

（3）では、数が 1 増えるごとに 5 分増えます。P の数は 2 なので 5 分が二つ分で 10 分、Q の数は 6 なので 5 分が六つ分で 30 分です。隣り合う目盛りの数の差は 2 ですから、目盛り一つ分では 10 分増えます。

（4）解答例：言えません。図五は数を表しており、m で測った長さとの対応は決められていないからです。

問六（続き）　「目盛り一つ分」と「数が 1 増えること」が同じとは限りません。図五は刻みが 2 の数直線です。

← 戻り先：第四節の図三・図四。数の目盛りと、対応させる量を別々に確かめます。

問七　0 の意味を読む

（1）解答例：乗客が一人もいないことを表しています。

（2）解答例：摂氏温度で、気温の値が 0℃であることを表しています。温度がないという意味ではありません。

（3）解答例：原点と呼び、数の位置を考える基準になります。

考え方　0℃は温度の尺度の中にある値です。0 人という個数の説明を、そのまま温度に当てはめないようにします。

← 戻り先：第五節。数としての 0 は同じでも、何を表しているかを文脈から読みます。

問八　資料の受け取りを確かめる

（1）240 冊。

式の例は 20×12＝240 です。20 冊が 12 箱分あるので、合計は 240 冊になります。20×10＝200、20×2＝40 を合わせても確かめられます。

（2）解答例：判断できません。112 は箱を識別する番号であり、中の冊数ではありません。条件により、中身は 20 冊です。

（3）解答例：求められません。1 冊のページ数が必要です。各冊のページ数が違うなら、それぞれのページ数を調べて合計します。

考え方　連絡から確実に分かるのは、12 箱、各 20 冊、箱番号の付け方です。ページ数まで同じだとは示されていません。「分からない」ときは、答えを推測する前に不足する条件を特定します。

← 戻り先：冊数は例題一、番号は第二節、必要な情報は問三。

問九　数値だけで比べる考えへの反例

（1）解答例：5cm と 2m です。数値は 5 の方が大きいですが、2m は 200cm なので、長さは 2m の方が長いです。

別解例：100cm と 1m です。数値は 100 の方が大きいのに、長さは同じなので、「必ず長い」という考えは成り立ちません。

（2）解答例：用いている単位と、単位どうしの関係を確かめます。

理由の確認：反例は、数値の大小と長さの大小が一致しない一組であれば成立します。数値が大きい方が短い例だけでなく、二つの長さが等しい例も使えます。

到達確認の解答

確認一　数の働きと対象

正答　(1) 受付番号の 18 は識別する番号、18 人の 18 は人数です。(2) 箱は 2 箱、ペンは 12 本 6＋6＝12 と確かめられます。

← つまずいたとき：働きは第二節・問二へ。箱とペンの数は第一節・問一へ戻ります。

確認二　長さを表し直す

正答　(1) 420cm　(2) 3m90cm

(3) 4m20cm の方が長いです。
cm で表すと 420cm は 390cm より長いと分かります。m と cm で表すと、4m20cm と 3m90cm です。4m は 3m90cm より長いので、そこに 20cm を足した 4m20cm の方が長いと確かめられます。

考え方　例えば、390cm を 4m から 10cm 短い長さと捉えてもかまいません。4m より 20cm 長い 4m20cm との比較になります。二つの表し方で同じ結論になるかを見ます。

← つまずいたとき：換算は図二・問四へ。比較と別の表し方による確認は例題二へ戻ります。

確認三　数直線と 0

正答　(1) 60 分

(2) 解答例：60 分を四つの同じ長さの時間に分けると、一つは 15 分です。15＋15＋15＋15＝60 なので、数の 1 に対応する時間は 15 分だと確かめられます。

別解例：60 分から 15 分ずつ戻ると、60 分、45 分、30 分、15 分、0 分となります。数の 4 から 0 まで四つの同じ間隔で戻れるので、対応が一致しています。

(3) 解答例：経過時間 0 分は、開始から時間がまだ経過していないことを表します。気温 0℃は、摂氏温度での値を表し、温度がないという意味ではありません。

← つまずいたとき：対応と間隔は第四節・例題三へ。0 の使われ方は第五節・問七へ戻ります。

到達を確かめる

答えと単位が合い、対象・基準・対応を説明でき、別の表し方でも結果を確かめられたら、第二章へ進めます。迷った箇所は示した戻り先で読み直し、もう一度確かめてください。

和会塾

第二章

10 倍、10 分の 1 と位取り

0.5 と 0.50 は同じ数ですが、0.05 とは異なります。同じ 5 という数字を使っていても、位置によって表す大きさが変わるためです。この章では、数字の位置と数の大きさの関係を、整数から小数まで確かめます。

使う知識　第一章の数と数字、単位、等号、数直線。小数の筆算や分数計算は使いません。今回は 0 以上で、小数点以下の数字の並びが途中で終わる小数を扱います。

進み方　本文と理解確認から進み、位の意味を確かめたら習熟練習へ進みます。すでに分かる場合は到達確認から始められます。計算練習は分けて取り組んでもかまいません。

一　整数の位取り



3、30、300 には、いずれも 3 という数字があります。しかし、3 が表す大きさは、1 が三つ、10 が三つ、100 が三つと異なります。

数字を置く位置で、その数字が表す大きさを示す方法を位取り記数法といいます。普段使う十進位取り記数法では、ある位の単位となる数が 10 個集まると、一つ左の位の単位となる数になります。「×10」は、同じ大きさを 10 個集めて 10 倍することを表します。

$$1 \times 10 = 10$$

$$10 \times 10 = 100$$

さらに 100 が 10 個で 1000 になります。一つ左の位の大きさは 10 倍、一つ右の位の大きさは 10 分の 1 です。各位には 0 から 9 までの数字を使い、10 個分になったら一つ左の位で表します。

例えば 247 は、百の位が 2、十の位が 4、一の位が 7 です。

数	百の位 単位 100	十の位 単位 10	一の位 単位 1
247	2	4	7
407	4	0	7

$$247 = 200 + 40 + 7$$

407の0は、十の位に10のまとまりがないことを示しています。0を書くことで、4が百の位、7が一の位にあることを保っています。

問一　数字の位置と表す大きさ

（1）308の3と8は、それぞれどんな大きさを表していますか。

3が表す大きさ　＿＿＿＿　　8が表す大きさ　＿＿＿＿

（2）407を、百・十・一の各位の数の和として表してください。

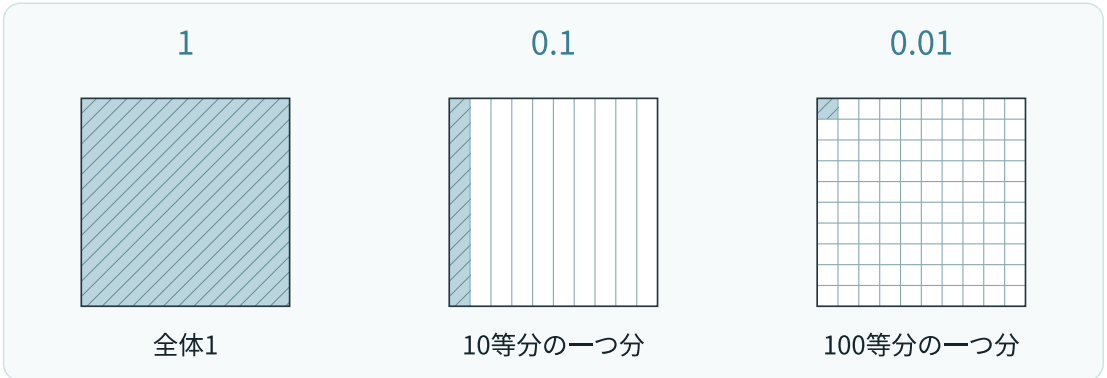
式　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）40の4と400の4が表す大きさは同じですか。位の違いを使って説明してください。

（4）407の0を取り除いて47と書いても、同じ数を表すでしょうか。理由も答えてください。

二　1を細かく分ける

1を10等分した一つ分を0.1と表します。さらに0.1を10等分した一つ分が0.01です。0.01は、1を100等分した一つ分でもあります。



図一　各正方形の全体を同じ1とし、斜線を付けた部分で大きさを示しています。

0.1 が 10 個集まると 1、0.01 が 10 個集まると 0.1 になります。整数の位で見た 10 倍と 10 分の 1 の関係が、1 より小さい側にも続いています。

$$0.1 \times 10 = 1$$

$$0.01 \times 10 = 0.1$$

同じように、0.01 を 10 等分した一つ分が 0.001 です。1 を 1000 等分した一つ分になります。さらに 0.001 を 10 等分すると 0.0001 です。この先も、一つ右の位の単位となる数は 10 分の 1 になります。

補足　位の呼び方と単位　0.1 の位を小数第一位、0.01 の位を小数第二位、0.001 の位を小数第三位と呼ぶこともあります。ここでの「単位となる数」は 0.1 や 0.01 であり、m や cm といった測定の単位とは区別します。

問二　小数の位を確かめる

番号	問い	答え
(1)	0.1 を 10 個集めた数	
(2)	0.01 を 10 個集めた数	
(3)	0.001 を 10 個集めた数	
(4)	0.3 は 0.01 が何個分か	
(5)	5.08 の 8 が表す大きさ	

三　小数を位で読む　2.47

小数点は、一の位と 0.1 の位の間を示します。例えば 2.47 では、一の位の 2 が 2、0.1 の位の 4 が 0.4、0.01 の位の 7 が 0.07 を表します。

数	一の位	0.1 の位	0.01 の位	0.001 の位
2.47	2	4	7	0
5.08	5	0	8	0
0.206	0	2	0	6

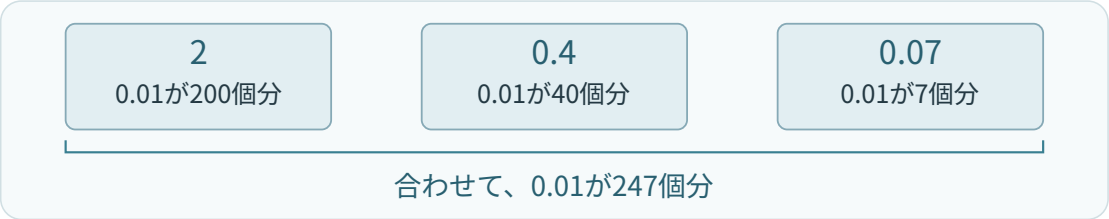
この表では、書かれていない小数の位にも0を補って示しています。0は、その位の単位となる数が0個分であることを表します。

例題一　2.47を0.01の何個分かで読む

2.47は、0.01が何個分の数ですか。

2.47を位ごとの数に分けると、次のようになります。

$$2.47 = 2 + 0.4 + 0.07$$



例題一の図　同じ0.01を一つ分として、各位の数を読み替えます。

また、一の位の2は0.01が200個分、0.4は0.01が40個分、0.07は0.01が7個分です。したがって、2.47は0.01が247個分の数とも読めます。

確かめると、200個分、40個分、7個分を合わせて247個分になります。同じ数を、どの数を一つ分とするかを変えて読んでいます。

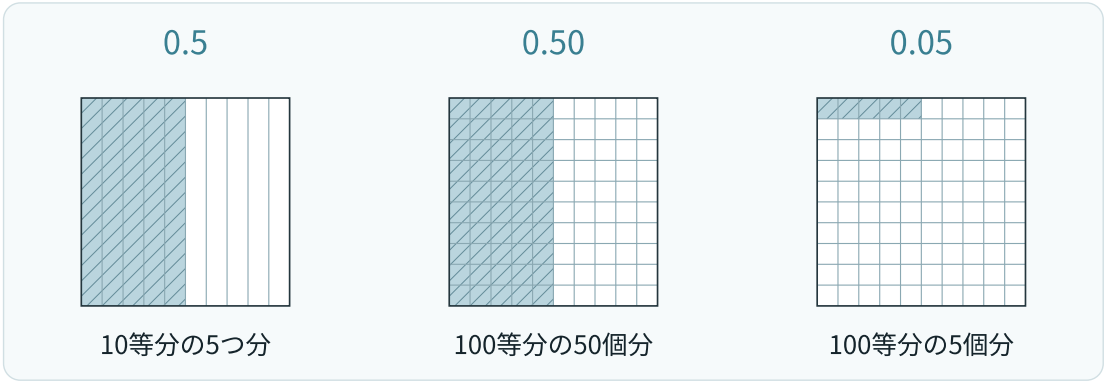
問三　同じ数を組み立てる

番号	合わせる数	答え
(1)	3＋0.4＋0.07	
(2)	2＋0.05	
(3)	0.2＋0.006	
(4)	0.1が6個、0.01が3個、0.001が2個	

四　末尾の 0 と途中の 0

0

0.5 は 0.1 が 5 個分です。一つの 0.1 を 0.01 の 10 個分に分け直すと、0.5 は 0.01 が 50 個分になります。0.50 の 5 は 0.1 の位にあり、0.01 の位は 0 なので、0.5 と同じ値です。



図二　0.5 と 0.50 の斜線を付けた面積は同じで、0.05 の面積はその 10 分の 1 です。

$$0.5 = 0.50$$

小数点以下の末尾に 0 を加えたり、末尾の 0 を取り除いたりしても、数の値は変わりません。例えば 3.4 と 3.40、整数 1 と小数点を用いた表記 1.0 は、同じ数を表します。

しかし 0.05 の 5 は 0.01 の位にあり、0.5 の 5 とは表す大きさが違います。0.05 は 0.01 が 5 個分で、0.5 の 10 分の 1 です。数字の途中にある 0 を取り除くと、ほかの数字の位が変わることがあります。

補足　数の値と測定の精度　数としての値が等しいことと、測定値の書き方が示す精度は別の話題です。ここでは数そのものの値を比べます。

問四　0 を読む

(1) 0.7 と 0.70 は同じ数ですか。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) 0.7 と 0.07 は同じ数ですか。7 の表す大きさも説明してください。

(3) 3.4 と 3.04 では、どちらが大きいですか。

大きい方　＿＿＿＿＿＿＿＿

問四（続き）

（4）「小数点以下の数字が多い数ほど必ず大きい」という考えは正しいですか。正しくない場合は反例を示してください。

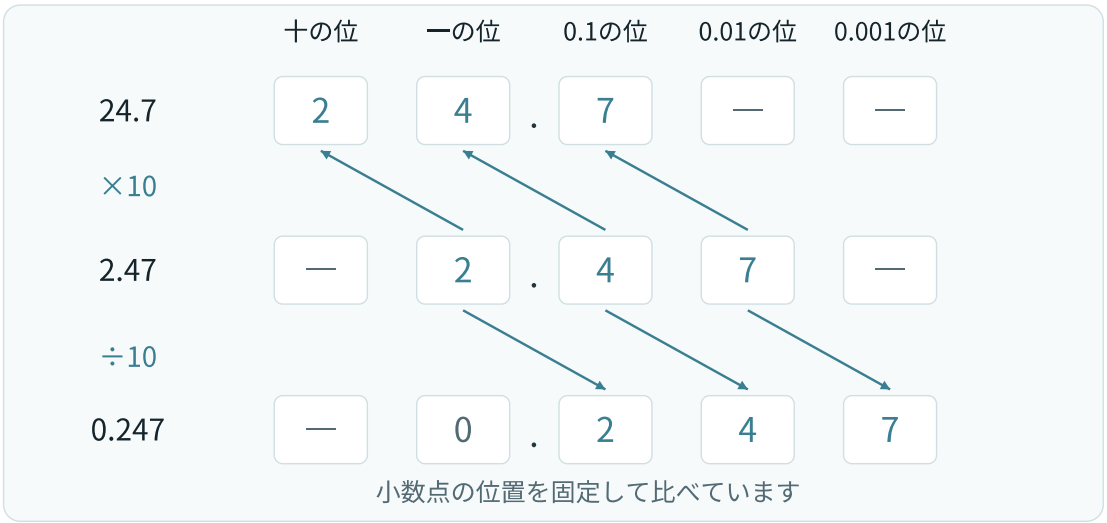
五　10 倍と 10 分の 1

数を 10 倍すると、その数を位ごとに分けた一つ一つの大きさも 10 倍になります。小数点の位置を固定して比べると、各数字は一つ左の位に対応します。

例題二　2.47 を 10 倍する場合と 10 で割る場合

2.47 を 10 倍した数と、10 で割った数を求めてください。

二つの結果を、同じ位の配置で比べてみましょう。



図三　中央がもとの数です。—は、この表記では数字を書かない位置を示します。

2.47 の各部分を 10 倍します。2 は 20、0.4 は 4、0.07 は 0.7 になります。これらを合わせます。

$$20 + 4 + 0.7 = 24.7$$

$$2.47 \times 10 = 24.7$$

例題二（続き）

逆に、10 で割ることは 10 等分した一つ分にすることです。「÷」は割り算の記号です。2.47 の各部分が 10 分の 1 になるので、2 は 0.2、0.4 は 0.04、0.07 は 0.007 になります。

$$0.2 + 0.04 + 0.007 = 0.247$$

$$2.47 \div 10 = 0.247$$

小数点を右へ一つ動かす、左へ一つ動かすという計算方法も、この位取りの関係を表す手順です。数字を動かす方法と小数点を動かす方法を、同時に行うわけではありません。必要な 0 を書き、逆の操作でもとの数に戻るか確かめましょう。

確かめると、24.7 を 10 で割れば 2.47 に戻り、0.247 を 10 倍しても 2.47 に戻ります。必要な位置には 0 を補います。例えば 0.08 の 10 倍は 0.8 で、10 で割ると 0.008 です。

問五　計算の説明を確かめる

（1）ある人が「最後に 0 を付ければ 10 倍になる」と考え、0.4×10＝0.40 としました。正しい答えと、考え違いを説明してください。

正しい答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

考え違い

（2）「この章で扱う数を 10 倍すると、必ずもとの数より大きくなる」は正しいですか。0 を使って確かめてください。

六　100 倍と 1000 倍

100 倍は 10 倍を二度、1000 倍は 10 倍を三度行うことです。100 で割る操作も、10 で割る操作を二度行うことに対応します。1000 で割る場合は三度です。

例題三　小さな数と大きな数を変える

0.07×100 と 41÷100 を計算し、もとの数に戻して確かめましょう。

0.07 を 100 倍するには、二度 10 倍します。

$$0.07 \times 10 = 0.7$$

$$0.7 \times 10 = 7$$

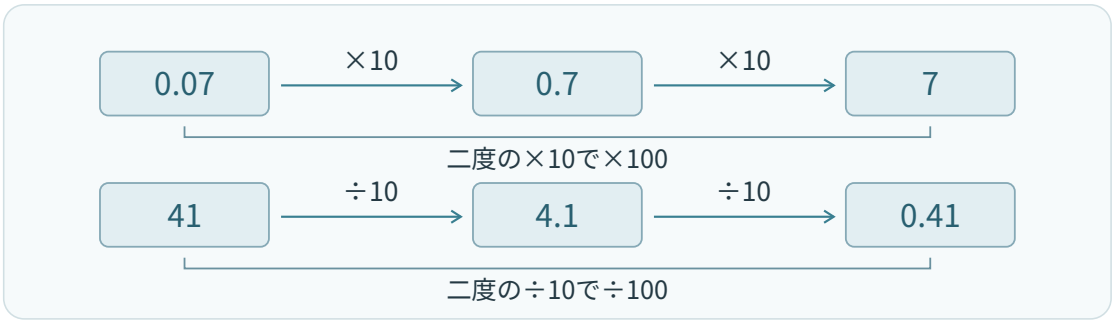
したがって 0.07×100＝7 です。7 を 10 で二度割ると 0.7、0.07 となり、もとの数に戻ります。

41 を 100 で割る場合は、10 で二度割ります。

$$41 \div 10 = 4.1$$

$$4.1 \div 10 = 0.41$$

0.41 を 100 倍すると 41 に戻るので、確かめられます。同じ関係が 1000 倍にも続きます。0.5 を 10 倍すると 5、もう一度で 50、さらにもう一度で 500 です。逆に 0.5 を 10 で三度割ると 0.05、0.005、0.0005 になります。



例題三の図　二つの矢印を順にたどると、100 倍・100 分の 1 になります。

位をそろえて書く方法でも、小数点の位置を動かす方法でも、同じ結果になります。0 は 10 倍、100 倍、1000 倍にしても 0 で、10、100、1000 で割っても 0 です。

問六　位取りを使う習熟練習

各行で二つの数を求めます。必要な 0 も書いてください。計三十小問です。

10 倍と 10 で割る計算

番号	もとの数	10 倍	10 で割る
(1)	3.6		
(2)	0.27		
(3)	4.05		
(4)	0		
(5)	2.003		

100 倍と 100 で割る計算

番号	もとの数	100 倍	100 で割る
(6)	0.07		
(7)	0.4		
(8)	3.06		
(9)	41		
(10)	1		

問六（続き）

1000 倍と 1000 で割る計算

番号	もとの数	1000 倍	1000 で割る
(11)	0.5		
(12)	2.5		
(13)	15		
(14)	400		
(15)	0		

七　小数の大小を比べる

小数の大小は、大きい位から順に比べます。一の位が同じなら 0.1 の位へ進み、それも同じなら 0.01 の位へ進みます。初めて異なる数字がある位で、その大きさを比べます。

例題四　0.8 と 0.75 を比べる

0.8 と 0.75 では、どちらが大きいですか。

0.8 は 0.80 と等しいので、どちらも 0.01 を単位となる数として読めます。0.80 は 0.01 が 80 個分、0.75 は 75 個分です。したがって 0.8 の方が大きいと分かります。

$$0.80 > 0.75$$

別の見方では、0.8 は 0.1 が 8 個分、0.75 は 0.1 が 7 個分と 0.01 が 5 個分です。0.75 は 0.8 に届いていないので、同じ結論になります。小数点以下だけを取り出して 8 と 75 を比べる方法は使えません。

＞は左の数が大きい、＜は左の数が小さいことを表します。＝は等しいことを表します。

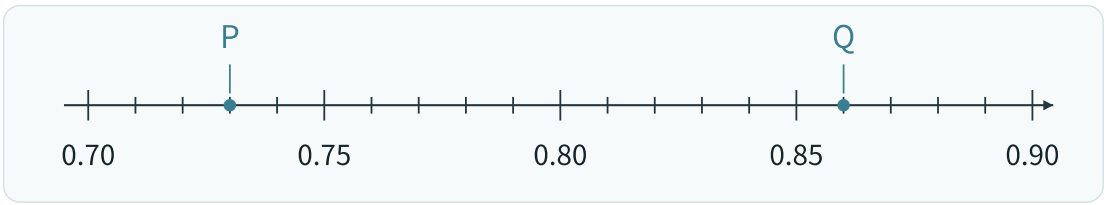
問七　小数の大小

空欄に＞、＜、＝のいずれかを入れてください。

番号	比較する数
(1)	0.9 ＿＿ 0.85
(2)	2.09 ＿＿ 2.1
(3)	0.305 ＿＿ 0.35
(4)	7.007 ＿＿ 7.07
(5)	3.40 ＿＿ 3.4
(6)	0.099 ＿＿ 0.1

問八　小数の数直線

図四の細かい目盛りは等間隔です。P と Q は示された目盛りの位置にあります。



図四　0.70 から 0.90 までの一部分を示しています。

(1) 隣り合う細かい目盛りの数の差はいくつですか。

目盛りの差　＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) P と Q が表す数を答えてください。

P　＿＿＿＿＿＿＿＿　　Q　＿＿＿＿＿＿＿＿

(3) P と 0.75、Q と 0.85 では、それぞれどちらが大きいですか。

P と 0.75 では　＿＿＿＿　　Q と 0.85 では　＿＿＿＿

八　別の場面と逆向きの問い

問九　単位をそろえて読む

Aは0.8m、Bは75cmです。1m＝100cmとして答えてください。

（1）Aは何cmですか。

Aの長さ　＿＿＿＿cm

（2）AとBでは、どちらが何cm長いですか。

長い方　＿＿＿＿　　長さの差　＿＿＿＿cm

（3）Aを0.80mと表しても、長さが変わらない理由を説明してください。

問十　もとの数や変え方を求める

□に入る数を求めてください。計算の意味や位の変化から考えられます。

番号	式	□に入る数
(1)	□×10＝3.6	
(2)	□÷100＝0.07	
(3)	0.24×□＝24 □は10・100・1000から選ぶ	

到達確認

本文を見ずに試してみましょう。理由や検算を問うところでは、位の大きさや操作を使って説明します。

確認一　位と0の意味

（1）4.205の2と5は、それぞれどんな大きさを表していますか。

2が表す大きさ　＿＿＿＿　　5が表す大きさ　＿＿＿＿

確認一（続き）　（2）1.20 と 1.2 が等しく、1.02 とは異なる理由を、2 の位で説明してください。

確認二　計算と比較

番号	問い	答え
(1)	0.063×100	
(2)	4.8÷100	
(3)	1.009×10	
(4)	0.705 ＿＿ 0.75 ＞、＜、＝から選ぶ	

確認三　結果を検証する

（1）ある人が 0.36×100＝3.6 と計算しました。正しい結果を答え、10 倍を二度行って確かめてください。

正しい結果　＿＿＿＿

10 倍を二度行う確かめ方

（2）（1）の正しい結果に逆向きの操作を行い、0.36 へ戻ることを確かめてください。

もとの数へ戻す確かめ方

この章から次へ

整数でも小数点を用いた表記でも、数字の位置が表す大きさは同じ位取りの仕組みで決まります。次の第三章では、1 を等分した一つ分を分数で表し、小数とは違う表し方から数を捉えます。

第二章　解答と考え方

数値だけで答えられる問題は一覧で確かめます。理由を問う問題では、例と同じ言葉でなくても、位の大きさや条件が正しく示されていれば成立します。

問一　数字の位置と表す大きさ

正答　(1) 3は300、8は8　(2) 400＋0＋7

(3) 解答例：同じではありません。40の4は十の位にあるので40、400の4は百の位にあるので400を表します。

(4) 解答例：同じ数ではありません。0を取り除くと4が百の位から十の位に変わり、400ではなく40を表すので、407が47になります。

← 戻り先：第一節の位取り表。数字自体と、その数字が表す大きさを分けます。

問二　小数の位を確かめる

正答　(1) 1　(2) 0.1　(3) 0.01　(4) 30個分　(5) 0.08

考え方　(4)では、0.1が0.01の10個分なので、0.3は0.01の30個分です。(5)の8は0.01の位にあり、0.01が8個分の0.08を表します。

← 戻り先：第二節の図一と、0.1・0.01・0.001の関係。

問三　同じ数を組み立てる

正答　(1) 3.47　(2) 2.05　(3) 0.206　(4) 0.632

考え方　(2)では0.1の位が0、(3)では0.01の位が0です。位を詰めず、0を補って表します。(4)は0.6＋0.03＋0.002なので0.632です。

← 戻り先：第三節の表。どの位に何個分あるかを順に確認します。

問四　0を読む

正答　(1) 同じ数です。　(3) 3.4の方が大きいです。

(2) 解答例：異なります。0.7の7は0.1の位で0.7、0.07の7は0.01の位で0.07を表しています。0.7は0.07の10倍です。

理由の確認　(3) 3.4は3＋0.4、3.04は3＋0.04です。0.4は0.04より大きいので、3.4の方が大きくなります。

(4) 正しくありません。反例の例は0.5と0.50です。小数点以下の数字の数が異なっても、同じ値なので「必ず大きい」は成り立ちません。

問四（続き）

別解例：0.5 と 0.05。小数点以下の数字は 0.05 の方が多いのに、値は 0.5 の方が大きいと分かります。

← 戻り先：第四節の図二。全体を同じ 1 として、0 の位置と面積を対応させます。

問五　計算の説明を確かめる

（1）正しい答えは 4 です。

解答例：末尾に 0 を付ける操作と、10 倍する操作を混同しています。0.4 は 0.1 が 4 個分です。0.1 を 10 倍すると 1 なので、0.4 を 10 倍すると 1 が 4 個分の 4 になります。

考え方　0.4＝0.40 なので、末尾に 0 を付けただけでは値は変わりません。図や式で同じ関係が示されていても成立します。

（2）正しくありません。

0×10＝0 なので、0 は 10 倍しても大きくなりません。この章の範囲では、0 より大きい数なら 10 倍すると大きくなります。

← 戻り先：第五節の例題二。どの部分の大きさが 10 倍になるかを確かめます。

問六　位取りを使う習熟練習

正答

番号	もとの数	10 倍	10 で割る
(1)	3.6	36	0.36
(2)	0.27	2.7	0.027
(3)	4.05	40.5	0.405
(4)	0	0	0
(5)	2.003	20.03	0.2003

問六（続き）

番号	もとの数	100 倍	100 で割る
(6)	0.07	7	0.0007
(7)	0.4	40	0.004
(8)	3.06	306	0.0306
(9)	41	4100	0.41
(10)	1	100	0.01

番号	もとの数	1000 倍	1000 で割る
(11)	0.5	500	0.0005
(12)	2.5	2500	0.0025
(13)	15	15000	0.015
(14)	400	400000	0.4
(15)	0	0	0

考え方　途中の 0 を保つことと、必要な 0 を補うことに注意します。例えば 2.003 の 10 倍は 20.03 で、10 で割ると 0.2003 です。最後の 3 は 0.001 の位から、10 倍では 0.01 の位へ、10 で割る場合は 0.0001 の位へ変わります。

0.07 を 100 で割ると 0.0007 です。0.07→0.007→0.0007 と、10 分の 1 を二度行うと確かめられます。400 を 1000 で割ると 40、4、0.4 と変わります。

← 戻り先：10 倍・10 分の 1 は第五節・図三、100 倍・1000 倍は第六節・例題三。迷った段階の行だけを再度試せます。

問七　小数の大小

正答　(1) ＞　(2) ＜　(3) ＜　(4) ＜　(5) ＝　(6) ＜

考え方　(3) は 0.305 と 0.350、(6) は 0.099 と 0.100 として比べられます。末尾に 0 を補っても値は変わりません。小数点以下の数字だけを取り出して 305 と 35、99 と 1 を比べないようにします。

← 戻り先：第七節の例題四。大きい位から順に見るか、同じ単位となる数の何個分かで比べます。

問八　小数の数直線

正答　（1）0.01　（2）Pは0.73、Qは0.86

（3）0.75の方がPより大きく、Qの方が0.85より大きいです。

考え方　0.70から0.75までは0.01の間隔が五つあります。Pは0.70から三つ分進んだ位置なので0.73です。Qは0.85から一つ分右にあるので0.86です。右にある数の方が大きいことでも、比較を確かめられます。

← 戻り先：図四。隣の数字付きの目盛りまでの差と、細かい間隔の個数を照合します。

問九　単位をそろえて読む

正答　（1）80cm　（2）Aの方が5cm長いです。

（3）解答例：0.8と0.80は同じ数で、どちらも同じ単位mを用いているため、表す長さも同じです。

考え方　0.8mは1mの10分の1が八つ分です。1m＝100cmなので、一つ分が10cmで、八つ分は80cmになります。80cmと75cmを比べると5cmの差があります。

← 戻り先：単位は第一章第三節、末尾の0は本章第四節。

問十　もとの数や変え方を求める

正答　（1）0.36　（2）7　（3）100

考え方　（1）は3.6÷10＝0.36、（2）は0.07×100＝7で求められます。元の式に入れると、0.36×10＝3.6、7÷100＝0.07になります。（3）は0.24を10倍、100倍、1000倍して2.4、24、240と確かめられます。

← 戻り先：第五節・第六節。もとの数へ戻す操作を選び、□の数を元の式に入れて確かめます。

到達確認の解答

確認一　位と0の意味

正答　（1）2は0.2、5は0.005です。

（2）解答例：1.20と1.2の2は、どちらも0.1の位で0.2を表します。1.20の末尾の0は値を変えません。1.02の2は0.01の位で0.02を表すため、1.20とは異なります。

← つまずいたとき：第三節の表・問三、第四節の図二・問四へ戻ります。

確認二　計算と比較

正答　（1）6.3　（2）0.048　（3）10.09　（4）＜

考え方　（3）の 1.009 には、0.001 の位に 9 があります。10 倍すると 0.01 の位で 0.09 を表します。一の位の 1 も 10 になるので、10.09 です。（4）は 0.705 と 0.750 として比べられます。

← つまずいたとき：計算は第五節・第六節と問六、比較は第七節と問七へ戻ります。

確認三　結果を検証する

（1）正しい結果は 36 です。
0.36 を 10 倍すると 3.6、さらに 10 倍すると 36 になります。3.6 は 10 倍した段階の結果であり、100 倍の結果ではありません。

（2）解答例：36 を 10 で割ると 3.6、さらに 10 で割ると 0.36 です。
100 倍と逆の操作で、もとの数へ戻るので確かめられます。36÷100＝0.36 という説明でも成立します。

← つまずいたとき：第六節の例題三へ。操作の回数と、もとの数に戻るかを確認します。

位の意味を説明し、計算と比較ができ、逆操作で結果を確かめられたら第三章へ進めます。迷った問題は戻り先で確認し、再度試してください。

大人のための算数・数学
第一冊　数と計算の根本

第三章

分数とはどんな数か

1を四等分した三つ分は、どんな数でしょうか。五つ分なら、もう表せないのでしょうか。分数を、切り分けた部分から数直線上の数へと広げて考えます。

使う知識　整数の大小と簡単な足し算、第一章の単位と数直線、第二章の十等分と 0.5。分数の計算方法を覚えている必要はありません。

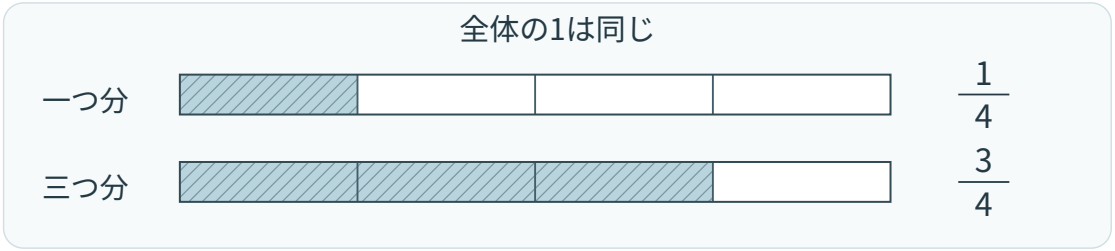
進み方　まず図と本文を対応させ、設問へ進みます。分数は分子と分母を上下に書いてください。確かめたいときは、章末の解答と戻り先を使えます。

一　1を等分して表す

同じ長さの帯を、同じ大きさの四つの部分に分けます。このように、等しい大きさに分けることを「等分する」といいます。

全体を1とすると、四等分した一つ分の数を$\frac{1}{4}$と書き、「四分の一」と読みます。

図一の上の帯では、その一つ分に色と斜線を付けています。



図一　同じ全体を四等分した一つ分と三つ分。

例題一　分数の意味を読む

図一の下の帯は、全体のどれだけの大きさを表していますか。

$\frac{1}{4}$を一つ分として数えると、色の付いた部分は三つ分です。その数を$\frac{3}{4}$と書き、「四分の三」と読みます。

$$\frac{3}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$$

ここでの足し算は、同じ大きさの一つ分を三つ合わせたことを表しています。四つ合わせると帯全体の1になることも、図で確かめられます。

分母と分子

$\frac{3}{4}$の下の 4 を「分母」、上の 3 を「分子」といいます。分母は 1 をいくつに等分するかを、分子はその一つ分をいくつ分とるかを表します。分母に 0 は使いません。

問一　分母と分子

(1) $\frac{3}{5}$の分母と分子を、それぞれ答えてください。

分母 ＿＿＿＿＿　　分子 ＿＿＿＿＿

(2) $\frac{2}{7}$は、1 を何等分した一つ分の、いくつ分ですか。

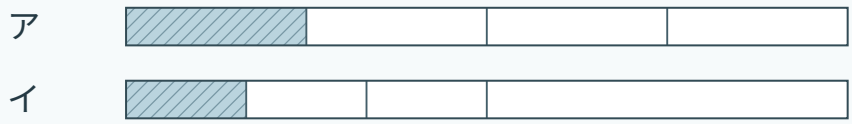
等分する数 ＿＿＿＿＿　　とる個数 ＿＿＿＿＿

(3) 「四分の三」を分数で書いてください。

答え ＿＿＿＿＿＿＿

問二　等分を確かめる

図二のアとイでは、同じ長さの帯全体を 1 としています。



図二　アとイの全体の長さは同じです。

(1) 斜線が$\frac{1}{4}$なのはアとイのどちらですか。理由も書いてください。

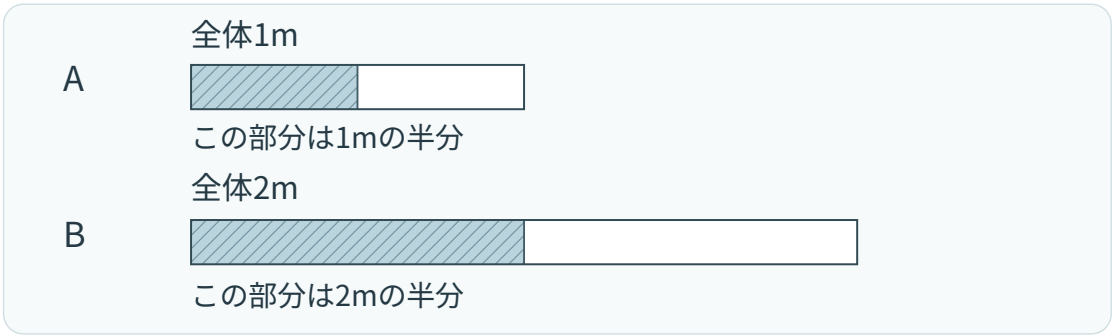
(2) イの帯に縦線を二本加え、六等分してください（図に記入）。

(3) (2) の六等分を使って、イの斜線の部分を分数で表してください。

答え ＿＿＿＿＿＿＿

二　全体の 1 と量を区別する

分数を使って長さなどの量を表すときには、何を全体の 1 としているかを確かめます。図三の A は 1m、B は 2m を、それぞれの全体としています。



図三　同じ縮尺で描いた二つの帯と、それぞれの半分。

どちらも、それぞれの全体の$\frac{1}{2}$を示しています。しかし、A の半分は$\frac{1}{2}$m、B の半分は 1m なので、同じ長さではありません。

数としての$\frac{1}{2}$が変わったわけではありません。その数と結び付けている全体の長さが異なるのです。なお、$\frac{1}{2}$m という表記は、いつでも 1m の半分の長さを表します。

問三　全体と長さ

図三を見て答えてください。1m＝100cm とします。

（1）A の斜線の部分は何 cm ですか。

長さ　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）B の斜線の部分は何 cm ですか。

長さ　＿＿＿＿＿＿＿＿

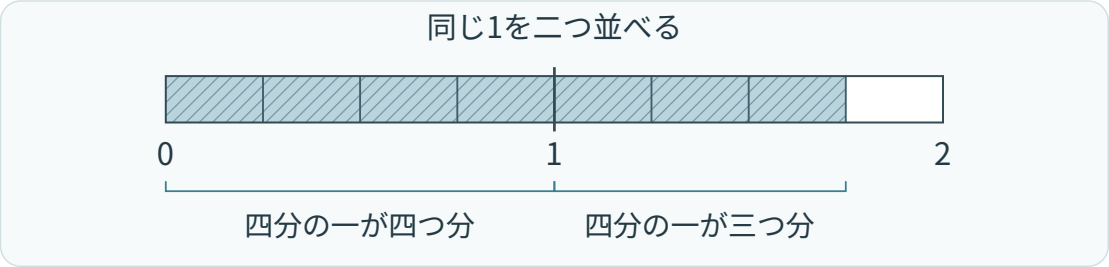
（3）「どちらも$\frac{1}{2}$だから、斜線の部分は同じ長さだ」という説明は正しいですか。全体に注目して説明してください。

三　１以上の分数と帯分数

分数は、１より小さい数だけを表すものではありません。$\frac{1}{4}$を一つ分として数えれば、四つ分で１となり、五つ分、六つ分と、その先も表せます。

例題二　１を超えた分数を読み替える

$\frac{7}{4}$を、整数と１より小さい分数を合わせた形で表してください。



図四　同じ１を二つ並べ、四分の一を七つ分とっています。

七つ分のうち、四つ分をまとめると１になります。残りは$\frac{1}{4}$が三つ分、つまり$\frac{3}{4}$です。

$$\frac{7}{4}=1+\frac{3}{4}=1\frac{3}{4}$$

最後の書き方を「帯分数」といい、「一と四分の三」と読みます。整数と分数を並べていますが、意味は二つの数の和です。掛け算を表しているのではありません。

逆向きに確かめると、１の中には$\frac{1}{4}$が四つあり、さらに三つあるので、合わせて七つ分になります。

真分数・仮分数・帯分数

$\frac{3}{4}$のように分子が分母より小さい分数を「真分数」、$\frac{7}{4}$や$\frac{4}{4}$のように分子が分母以上の分数を「仮分数」といいます。$1\frac{3}{4}$のように整数と真分数を合わせた表し方が「帯分数」です。

帯分数から仮分数へ戻すときも、一つ分を数えます。例えば$2\frac{1}{3}$では、1の中に$\frac{1}{3}$が三つあります。2の中には六つあり、あと一つを合わせて七つ分です。

$$2\frac{1}{3}=\frac{7}{3}$$

この章では、分母に1、2、3、…を使い、分子に0、1、2、3、…を使います。1を0等分した一つ分は定められないので、分母に0は使いません。

分子が分母と同じなら1、分子が0なら0です。また、1を一等分した一つ分は1なので、分母が1の分数も表せます。

$$\frac{4}{4}=1 \qquad \frac{0}{4}=0 \qquad \frac{3}{1}=3$$

問四　0と1との関係

それぞれの空欄に、＞、＜、＝のいずれかを書いてください。

番号	比べる数	記入欄
(1)	$\frac{4}{4}$　と　1	＿＿＿＿
(2)	$\frac{7}{4}$　と　1	＿＿＿＿
(3)	$\frac{0}{4}$　と　1	＿＿＿＿
(4)	$\frac{3}{4}$　と　1	＿＿＿＿
(5)	$\frac{3}{1}$　と　1	＿＿＿＿

問五　仮分数と帯分数

（1）〜（3）は帯分数に、（4）〜（6）は仮分数に直してください。記入欄には分子と分母を上下に書けます。

番号	もとの数	答え
(1)	$\frac{5}{3}$	
(2)	$\frac{8}{3}$	
(3)	$\frac{7}{4}$	
(4)	$1\frac{1}{2}$	
(5)	$2\frac{1}{3}$	
(6)	$3\frac{2}{5}$	

確かめ方　答えをもとの表し方へ戻し、同じ一つ分の個数になるかを確かめます。

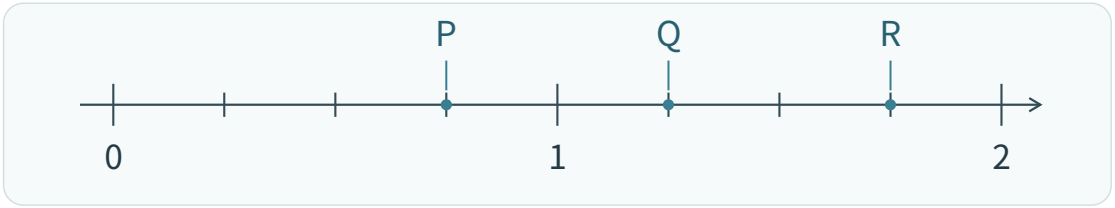
四　数直線に分数を置く

分数も、整数や小数と同じように数直線上に置けます。0から1までを四等分すれば、隣り合う目盛りの間は$\frac{1}{4}$です。その間隔を1より右にも続けます。

例えば0から$\frac{1}{4}$ずつ二つ分進んだ位置は$\frac{2}{4}$です。区切りの線の本数ではなく、0からいくつ分の区間を進んだかを数えます。

問六　数直線を読む

図五の目盛りは等間隔です。分数で答えてください。



図五　0から1までの区間を、四つに等分しています。

(1) 隣り合う目盛りの間は、いくつですか。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) P の表す数を答えてください。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

(3) Q の表す数を答えてください。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

(4) R の表す数を答えてください。

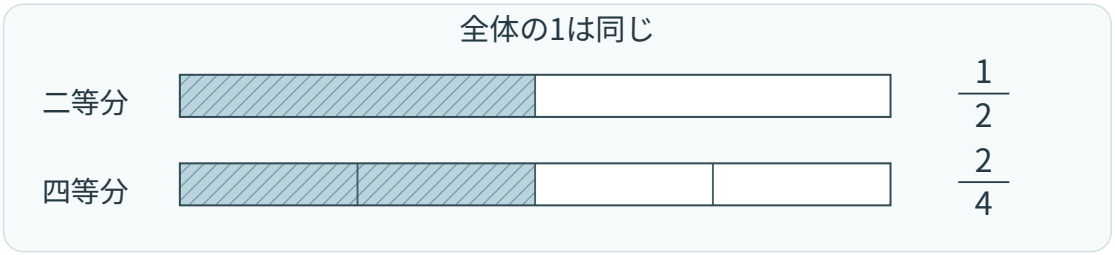
答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

五　同じ数を違う分数で表す

分母や分子が異なっていても、同じ数を表すことがあります。第二章で 0.5 と 0.50 が同じ数だったことを思い出してみましょう。

例題三　半分を別の分数で表す

$\frac{1}{2}$ と $\frac{2}{4}$ は同じ数でしょうか。図で確かめてください。



図六　全体も、斜線の部分の大きさも同じです。

二等分した一つ分を、さらに二等分すると、四等分した二つ分になります。分け方は違っても、同じ全体の半分という大きさは変わりません。

$$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=0.5$$

第二章では、0.5 を 1 の十等分の五つ分と捉えました。それも全体の半分です。このように、一つの数を分数や小数などの異なる形で表せます。

分数の表し方を体系的に変える約分や通分は、第四章で扱います。ここでは、同じ 1 をもとにして、同じ大きさを表しているかを確かめます。

問七　同じ数を確かめる

図七では、同じ長さの帯全体をそれぞれ 1 としています。



図七　アは二等分、イは六等分されています。

（1）イの斜線の部分を、分母が 6 の分数で表してください。

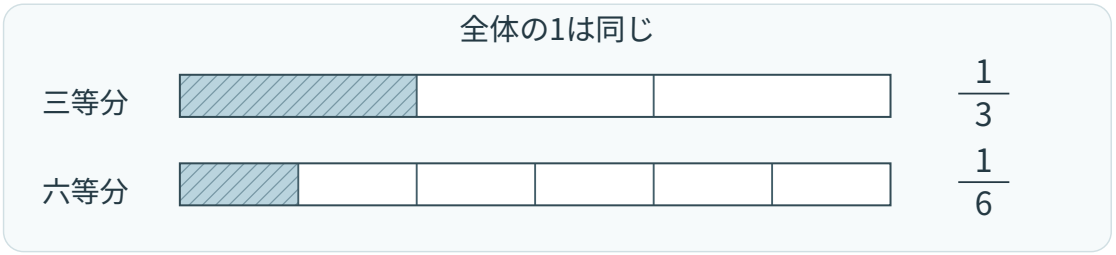
答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）アとイの斜線の部分が表す数は同じですか。図に注目して理由も説明してください。

六　分数の大小を比べる

分母が同じ分数は、同じ大きさの一つ分を数えています。例えば$\frac{2}{7}$と$\frac{5}{7}$なら、$\frac{1}{7}$の二つ分と五つ分なので、$\frac{5}{7}$の方が大きくなります。

一方、分子が 1 の分数では、同じ 1 を細かく分けるほど一つ分は小さくなります。図八では、1 を三等分した一つ分と、六等分した一つ分を比べています。



図八　同じ全体を多くの部分に等分すると、一つ分は小さくなります。

$$\frac{1}{6} < \frac{1}{3}$$

分母の整数だけを見ると 6 は 3 より大きいですが、分母が示すのは等分する数です。一つ分の数の大小と取り違えないようにします。

問八　分数を比べる

それぞれの空欄に、＞、＜、＝のいずれかを書いてください。

番号	比べる数	記入欄
(1)	$\frac{2}{7}$ と $\frac{5}{7}$	＿＿＿＿
(2)	$\frac{5}{6}$ と $\frac{1}{6}$	＿＿＿＿
(3)	$\frac{1}{4}$ と $\frac{1}{8}$	＿＿＿＿
(4)	$\frac{3}{3}$ と 1	＿＿＿＿

この章では、分母が同じ場合と、分子が 1 の場合を中心に比べます。分母が異なる分数を広く比べる方法は、第四章で学びます。

七　単位と結び付けて読む

分数を長さと結び付けて、第一章で学んだ単位のそろえ方を使ってみましょう。ここでは、1m＝100cm を用います。

例題四　分数を長さで読む

$\frac{3}{4}$m は何 cm ですか。

図一の帯全体を 1m に対応させて考えます。100cm を同じ長さの四つに分けると、一つ分は 25cm です。

$$25+25+25+25=100$$

$\frac{3}{4}$m は、その 25cm を三つ分合わせた長さです。

$$25+25+25=75 \qquad \frac{3}{4}\text{m}=75\text{cm}$$

75cm に残りの一つ分の 25cm を合わせると、100cm、つまり 1m に戻ります。残りの一つ分を合わせて全体になるので、確かめられます。

問九　単位をそろえて比べる

A の長さは$\frac{3}{4}$m、B の長さは 80cm です。1m＝100cm として、次の問いに答えてください。

（1）1m の$\frac{1}{4}$は何 cm ですか。

長さ　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）A と B では、どちらが長いですか。

長い方　＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）A と B の長さの差は何 cm ですか。

差　＿＿＿＿＿＿＿＿

八　説明を確かめる

ここまでの考え方を使って、二つの説明を点検します。正誤だけでなく、どこに注目すれば確かめられるかを示してみましょう。

問十　説明を検証する

次の説明は正しいですか。理由を、文章・式・図のいずれかで示してください。

(1)「$\frac{7}{4}$という数はありません。四等分したものから七つ分は取れないからです。」

(2)「1m のひもを 30cm と 70cm の二つに切りました。二つに分けたので、70cm の方を$\frac{1}{2}$m と呼べます。」

到達確認

本文を見ずに取り組んでみてください。解答で確かめ、迷った箇所は示された節や図へ戻ります。

確認一　分数の意味

(1) $\frac{5}{8}$がどのような数か、「1 を等分した一つ分」という言葉を使って説明してください。

(2) $\frac{0}{5}$はいくつですか。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

(3) $\frac{5}{5}$はいくつですか。

答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

確認二　読み替えと位置

(1) $\frac{9}{4}$を帯分数に直してください。

答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) $1\frac{2}{3}$を仮分数に直してください。

答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

確認二（3）等間隔の図九で、P の数を分数で答えてください。



図九　0 から 1 までの区間を、三つに等分しています。

答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

確認三　理由と確かめ方

(1)「6は3より大きいので、$\frac{1}{6}$は$\frac{1}{3}$より大きい」という説明は正しいですか。等分した一つ分に注目して説明してください。

(2) $1\frac{2}{3}$が$\frac{5}{3}$と等しいことを、「1の中に$\frac{1}{3}$がいくつ含まれるか」から確かめてください。

この章から次へ

分数は、1を等分した一つ分を基準にして表す数です。1より小さい数も、1以上の数も、同じ考え方で捉えられます。量と結び付けるときには、全体や単位を確かめます。

次の第四章では、同じ数を異なる分数や小数で表す仕組みを整理します。ここで出会った「同じ数なのに表し方が違う」という関係を、約分や通分へつなげていきます。

第三章　解答と考え方

短い正答を先に示し、その下に考え方を記しています。理由を問う問題では、同じ内容を表す式や図でもかまいません。

問一　分母と分子

正答　(1) 分母 5、分子 3　　(2) 七等分した一つ分の二つ分　　(3) $\frac{3}{4}$

考え方　下の数が分母、上の数が分子です。$\frac{2}{7}$ の 7 は等分する数、2 はその一つ分をとる個数を示します。読み方では、分母を先に読んで「七分の二」といいます。

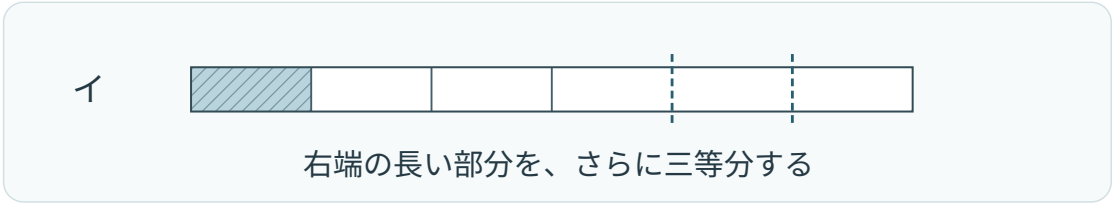
← 戻り先：第一節・例題一

問二　等分を確かめる

正答　(1) ア。等しい大きさに四つに分け、その一つ分を示しているからです。

(2) 図十の破線のように線を二本加えます。　　(3) $\frac{1}{6}$

考え方　イは四つの部分に分かれていますが、四等分ではありません。右端の長い部分を、左の短い部分と同じ長さで三つに分けると、帯全体が六等分になります。斜線の部分はその一つ分です。



図十　問二 (2) の作図例。追加した二本の線を破線で示しています。

← 戻り先：第一節・図二

問三　全体と長さ

正答　(1) 50cm　　(2) 100cm　　(3) 正しくありません。

考え方　A の全体は 1m、B の全体は 2m です。A の半分は 50cm、B の半分は 100cm なので、長さは異なります。どちらにも同じ数の $\frac{1}{2}$ を使っていますが、対応する全体の長さが異なっています。

← 戻り先：第二節・図三

問四　0と1との関係

正答　(1) ＝　(2) ＞　(3) ＜　(4) ＜　(5) ＞

考え方　$\frac{4}{4}$は$\frac{1}{4}$が四つ分なので1です。$\frac{7}{4}$は1を超え、$\frac{3}{4}$は1に届きません。$\frac{0}{4}$は0、$\frac{3}{1}$は3なので、それぞれ1との大小を判断できます。

←　戻り先：第三節・例題二

問五　仮分数と帯分数

正答　(1) $1\frac{2}{3}$　(2) $2\frac{2}{3}$　(3) $1\frac{3}{4}$　(4) $\frac{3}{2}$　(5) $\frac{7}{3}$　(6) $\frac{17}{5}$

考え方　(1)では、$\frac{1}{3}$が五つ分のうち、三つ分を1にまとめると二つ分が残ります。(2)では六つ分を2にまとめ、二つ分が残ります。

(6)の整数部分3には、$\frac{1}{5}$が五つずつ、合わせて十五個分あります。分数部分の二つ分も合わせると十七個分なので、$\frac{17}{5}$です。

理由の確認　帯分数は整数部分と分数部分の和です。例えば$1\frac{1}{2}$は「$1+\frac{1}{2}$」であり、「$1\times\frac{1}{2}$」ではありません。

確かめ方　$\frac{17}{5}$の十七個分を、五つ分ずつ三組にまとめると十五個分です。残りは二つ分なので、$3\frac{2}{5}$に戻ります。

←　戻り先：第三節・例題二

問六　数直線を読む

正答　(1) $\frac{1}{4}$　(2) $\frac{3}{4}$　(3) $\frac{5}{4}$　(4) $\frac{7}{4}$

考え方　0から1までにある区間は四つなので、一つの区間は$\frac{1}{4}$です。0からPまでは三つ分、Qまでは五つ分、Rまでは七つ分を進みます。両端を含めた区切りの線は五本ですが、区間は四つです。Qは$1\frac{1}{4}$、Rは$1\frac{3}{4}$でも同じ位置を表すので正答です。

←　戻り先：第四節・図五

問七　同じ数を確かめる

正答　(1) $\frac{3}{6}$。　(2) 同じ数です。

考え方　アは$\frac{1}{2}$、イは$\frac{3}{6}$を表しています。全体の長さが同じで、斜線の部分はどちらもその半分です。したがって、$\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$です。

← **戻り先：**第五節・図六・図七

問八　分数を比べる

正答　(1) ＜　(2) ＞　(3) ＞　(4) ＝

考え方　(1)・(2) は分母が同じなので、同じ一つ分の個数で比べられます。(3) は同じ 1 を四等分した一つ分と八等分した一つ分です。四等分した一つ分の方が大きいので、$\frac{1}{4}>\frac{1}{8}$です。(4) は三等分した三つ分で、1 になります。

← **戻り先：**第六節・図八

問九　単位をそろえて比べる

正答　(1) 25cm　(2) B。　(3) 5cm

考え方　1m は 100cm です。四等分した一つ分は 25cm なので、A の$\frac{3}{4}$m は 75cm です。B は 80cm なので、B の方が 5cm 長くなります。

確かめ方　75cm＋5cm＝80cm となり、二つの長さの関係に戻ります。

← **戻り先：**第七節・例題四

問十　説明を検証する

正答　(1) 正しくありません。　(2) 正しくありません。

考え方　(1) $\frac{7}{4}$は、$\frac{1}{4}$という一つ分を七つ集めた数です。一つの全体を超えても表すことができ、$1\frac{3}{4}$と等しくなります。図四のように、同じ 1 を並べて確かめられます。

(2) 二つに分けただけでは、二等分とはいえません。30cm と 70cm は等しくないため、その一方を 1m の半分とは呼べません。$\frac{1}{2}$m は 50cm です。

←　戻り先：第一節・第二節・第三節・図四

到達確認の解答

確認一　分数の意味

正答　(1) 解答例：1 を八等分した一つ分を、五つ分とった数です。　(2) 0　(3) 1

考え方　分母の 8 が等分する数、分子の 5 がその一つ分をとる個数です。また、$\frac{1}{5}$を 0 個分とると 0、五つ分とると全体の 1 です。

←　戻り先：第一節・第三節

確認二　読み替えと位置

正答　(1) $2\frac{1}{4}$　(2) $\frac{5}{3}$　(3) $\frac{4}{3}$

考え方　(1) $\frac{1}{4}$の九つ分のうち、八つ分をまとめると 2 になります。残りは一つ分なので、$2\frac{1}{4}$です。(2) 1 には$\frac{1}{3}$が三つあり、あと二つを合わせると五つ分です。

(3) 0 から 1 までに区間が三つあるため、隣り合う目盛りの間は$\frac{1}{3}$です。P は 0 から四つ分進んだ位置なので、$\frac{4}{3}$です。$1\frac{1}{3}$も同じ位置を表すので正答です。

←　戻り先：第三節・第四節・図九

確認三　理由と確かめ方

正答　（1）正しくありません。$\frac{1}{6}<\frac{1}{3}$です。　（2）解答例は次のとおりです。

考え方　（1）同じ1を六等分した一つ分は、三等分した一つ分より小さくなります。分母の整数の大小を、そのまま分数の大小にはできません。

（2）1の中には$\frac{1}{3}$が三つ含まれます。$1\frac{2}{3}$では、その三つ分と、さらに二つ分を合わせて五つ分なので、$\frac{5}{3}$と等しくなります。

逆向きの確かめ　$\frac{5}{3}$の五つ分のうち、三つ分を1にまとめると、二つ分が残ります。したがって、$1\frac{2}{3}$に戻ります。

←　**戻り先：**第三節・第六節・例題二・図八

第四章

同じ数を違う形で表す

$\frac{3}{4}$、$\frac{6}{8}$、0.75。見た目が異なるこれらは、同じ数を表しています。数の大きさを変えずに表し方を変えると、比べたいことや確かめたいことが見やすくなります。その仕組みを、等分した一つ分から考えます。

使う知識　第二章の小数の位取り、第三章の分母・分子と等分、数直線。整数の掛け算と割り切れる割り算も、まとまりとして確認します。分数の四則計算や小数の割り算の筆算は使いません。

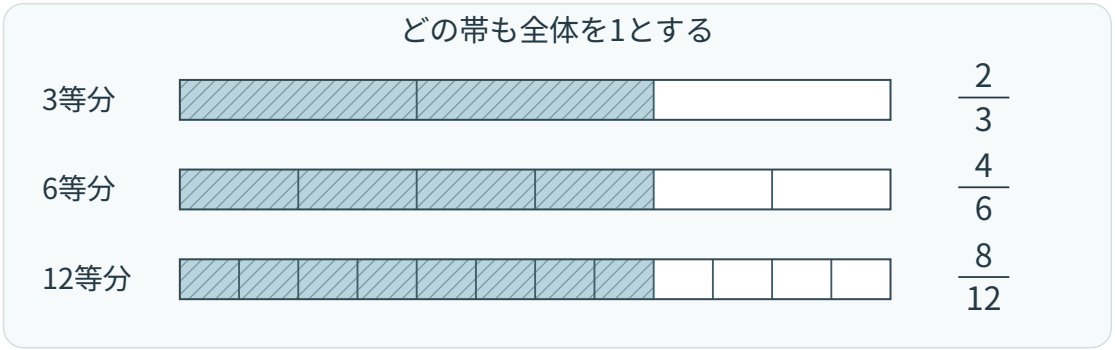
進み方　図で分け方を確かめ、約分・通分・小数との書き換えを順に練習します。すでに分かる場合は到達確認から始め、必要な節へ戻れます。分数は分子と分母を上下に書いてください。

一　分け方を変えても同じ数

第三章では、同じ全体の半分を$\frac{1}{2}$とも$\frac{2}{4}$とも表せることを確かめました。今回は、分け方をどのように変えれば、同じ数のまま書き換えられるかを調べます。

例題一　一つ分をさらに分ける

$\frac{2}{3}$と同じ数を、分母が 6 の分数で表してください。



図一　全体も斜線の部分も変えず、一つ分をさらに等分します。

三等分した一つ分を、さらに二等分します。帯全体では、二つずつのまとまりが三つあるので、部分の数は $3\times2=6$ です。斜線の部分も、二つずつのまとまりが二つで、$2\times2=4$ になります。

$$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$$

全体を変えず、すべての部分を同じように分け直したので、斜線が表す大きさは変わりません。さらに各部分を二等分すれば、$\frac{4}{6}$は$\frac{8}{12}$になります。

同じ数に書き換える条件

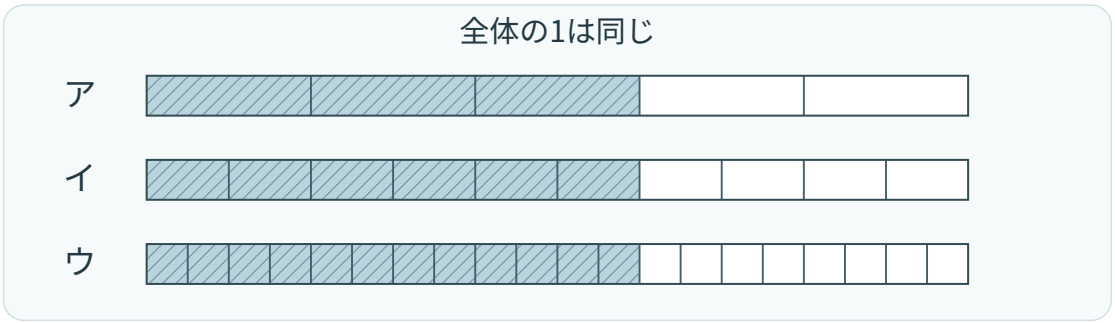
分子と分母を同じ正の整数倍にすると、同じ数を表します。理由は、一つ分をその整数の個数に等分すると、全体の部分の数も、とる部分の数も、同じ倍になるからです。いくつかの例が一致するだけでなく、この分け直し方が理由になっています。

1以上の分数でも、同じ1を並べて同様に分け直せます。分子が0のときは、とる個数が0のままです。分母を0にしてしまうので、0倍は使いません。

$$\frac{5}{4}=\frac{10}{8} \qquad \frac{0}{3}=\frac{0}{6}$$

問一　図から等しい分数を読む

図二では、どの帯全体も1で、斜線部分の長さも同じです。アは$\frac{3}{5}$を表しています。



図二　アは五等分、イは十等分、ウは二十等分です。

(1) イの斜線部分を、分母が10の分数で表してください。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) ウの斜線部分を、分母が20の分数で表してください。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

(3) アとイが同じ数を表す理由を、分け方に注目して説明してください。

問二　指定の分母で表す

もとの数と等しくなるように、指定された分母の分数を書いてください。この問題では、答えを約分せず、指定された分母のままにします。

番号	もとの数	指定の分母	答え
(1)	$\frac{1}{2}$	8	
(2)	$\frac{2}{3}$	12	
(3)	$\frac{3}{5}$	20	
(4)	$\frac{0}{4}$	12	
(5)	$\frac{5}{4}$	20	
(6)	$\frac{7}{10}$	100	

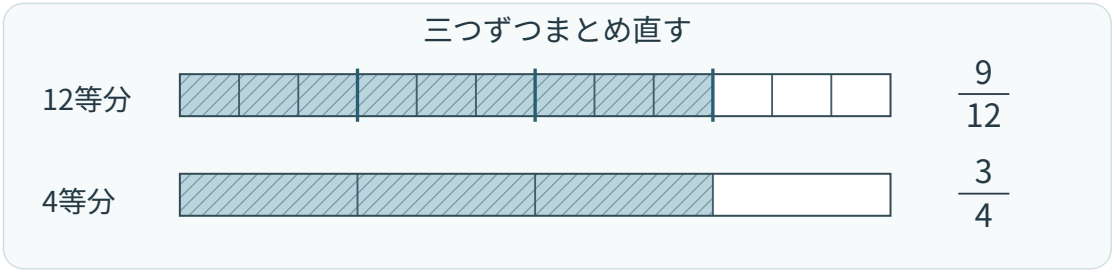
確かめ方　分母を何倍にしたかを確かめ、分子にも同じ倍を使ったかを点検します。

二　約分で表し方を整える

細かく分けたものを、反対にまとめ直すこともできます。図三では、十二等分した部分を三つずつまとめています。三つの部分が一組になるので、帯全体は四組、斜線の部分は三組になります。

例題二　分け方をまとめ直す

$\frac{9}{12}$を、分子と分母がより小さい整数になるように書き換えてください。



図三　十二分の一が三つで、四分の一になります。

9 個を三つずつまとめると 3 組、12 個を三つずつまとめると 4 組です。整数の割り算 9÷3＝3、12÷3＝4 は、この組の数を求めています。

$$\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$$

このように、分子と分母を共通の正の約数で割って書き換えることを「約分」といいます。片方だけを割るのではなく、両方を同じ数で割ります。ここでは、分子と分母をともに割り切れる数を使います。

約数・公約数・最大公約数

ある正の整数を割り切れる正の整数を、その数の「約数」といいます。9 の約数は 1、3、9、12 の約数は 1、2、3、4、6、12 です。共通の約数 1、3 を「公約数」、その中で最大の 3 を「最大公約数」といいます。

分子と分母を最大公約数で割ると、1 より大きい公約数がなくなります。小さい公約数で何度か約分してもかまいません。例えば、$\frac{8}{12}$は両方を 2 で割ると$\frac{4}{6}$、さらに 2 で割と$\frac{2}{3}$です。

$$\frac{8}{12}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

$\frac{4}{6}$も同じ数ですが、まだ2で約分できます。以下の練習で「約分してください」とあるときは、1より大きい公約数がなくなるまで行います。整数になる場合は整数で表します。

分子が0の分数は0を表します。0は、どの正の整数で割っても0です。例えば$\frac{0}{12}$は、分子と分母を12で割れば$\frac{0}{1}$、つまり0です。割る数に0は使いません。

問三　公約数と約分

(1) 6と8に共通する約数のうち、1より大きいものをすべて答えてください。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) 8と12の最大公約数を答えてください。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

(3)〜(8)を約分してください。整数になる場合は整数で表します。

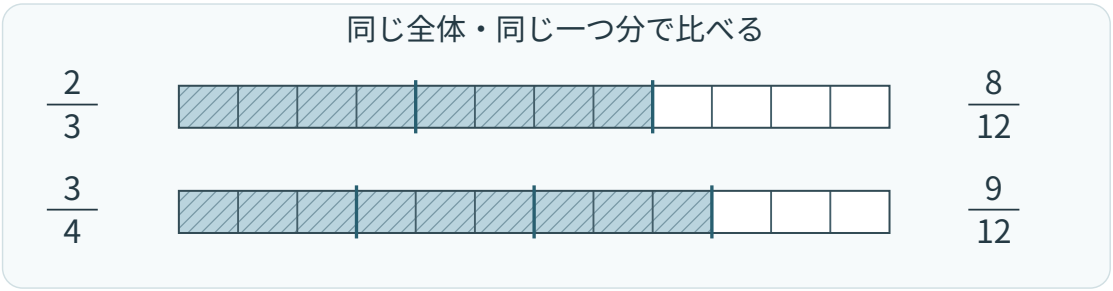
番号	もとの数	答え
(3)	$\frac{6}{8}$	
(4)	$\frac{8}{12}$	
(5)	$\frac{9}{15}$	
(6)	$\frac{12}{18}$	
(7)	$\frac{8}{4}$	
(8)	$\frac{0}{12}$	

三　通分で一つ分をそろえる

$\frac{2}{3}$と$\frac{3}{4}$は、一つ分の大きさが異なります。同じ一つ分に書き換えれば、いくつ分あるかを直接比べられます。

例題三　共通の分母へ書き換える

$\frac{2}{3}$と$\frac{3}{4}$を、どちらも分母が 12 の分数で表してください。



図四　太い線は元の分け方、細い線は十二等分の区切りです。

三等分の一つ分をさらに四等分すると、帯全体は 12 等分、斜線は 8 個分になります。四等分の一つ分をさらに三等分すると、帯全体は 12 等分、斜線は 9 個分になります。

$$\frac{2}{3}=\frac{8}{12}\qquad\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$$

それぞれを等しい分数へ書き換えて、分母をそろえることを「通分」といいます。分母だけをそろえるのではなく、分子にも対応する掛け算を行います。

倍数・公倍数・最小公倍数

ここでは、正の整数を 1 倍、2 倍、3 倍、…した数を、その数の「倍数」といいます。二つの数に共通する倍数が「公倍数」、その中で最小のものが「最小公倍数」です。0 はこの一覧には含めません。

種類	数（一部）
3 の倍数	3、6、9、12、15、18、21、24、…
4 の倍数	4、8、12、16、20、24、…
公倍数	12、24、…　　最小公倍数は 12

通分には、分母の公倍数を使えます。12 だけでなく、24 を使えば$\frac{2}{3}$は$\frac{16}{24}$、$\frac{3}{4}$は$\frac{18}{24}$です。最小公倍数を使うと、数が大きくなりにくいという利点があります。

問四　最小公倍数を見つける

必要なら倍数を順に書き出して考えてください。

（1）3 と 4 の最小公倍数を答えてください。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）6 と 8 の最小公倍数を答えてください。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

問五　分母をそろえる練習

（1）〜（5）は指定の分母へ通分してください。（6）は共通の分母を自分で選びます。答えは、もとの順に二つ書いてください。

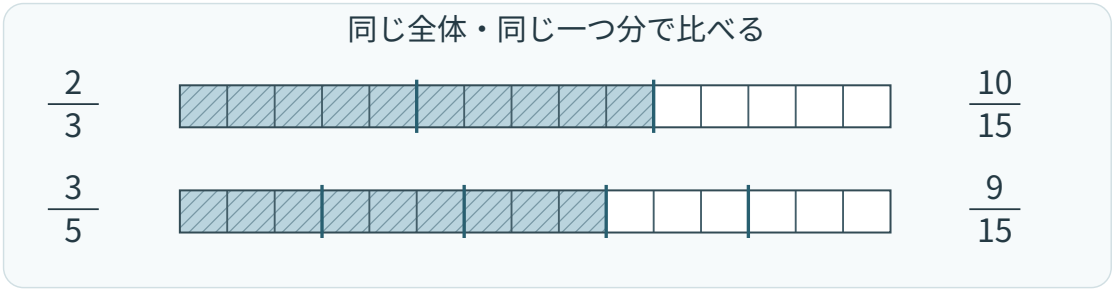
番号	二つの分数	分母	先の分数	後の分数
(1)	$\frac{1}{3}$ と $\frac{3}{4}$	12		
(2)	$\frac{2}{5}$ と $\frac{3}{10}$	10		
(3)	$\frac{1}{4}$ と $\frac{5}{6}$	12		
(4)	$\frac{5}{4}$ と $\frac{2}{3}$	12		
(5)	$\frac{0}{3}$ と $\frac{1}{2}$	6		
(6)	$\frac{3}{4}$ と $\frac{5}{6}$	自由		

確かめ方　二つの分母がそろい、それぞれがもとの分数と等しいかを確かめます。もとから指定の分母であれば、その分数は変えなくてかまいません。

四　分数の大小を判断する

通分したあとは、同じ一つ分の個数を比べます。例題三なら、$\frac{1}{12}$の 8 個分と 9 個分なので、$\frac{2}{3}$より$\frac{3}{4}$の方が大きいと分かります。

別の例として、$\frac{2}{3}$と$\frac{3}{5}$を比べます。分子だけを見ると 2 は 3 より小さいのですが、それだけで分数の大小は決まりません。



図五　十五分の一を一つ分として、10 個分と 9 個分を比べます。

$$\frac{2}{3}=\frac{10}{15}\qquad\frac{3}{5}=\frac{9}{15}$$

同じ一つ分なら 10 個分の方が 9 個分より大きいので、$\frac{2}{3}>\frac{3}{5}$です。分子と分母をそれぞれ別々に比べる方法ではありません。

1 と比べるなら、分子と分母の関係を見る方法も使えます。$\frac{5}{4}$は$\frac{4}{4}$より四分の一だけ大きいので、1 より大きいと分かります。目的に合う方法を選べます。

問六　分数を比べる

空欄に＞、＜、＝のいずれかを書いてください。必要な途中式は表の下の余白に書けます。

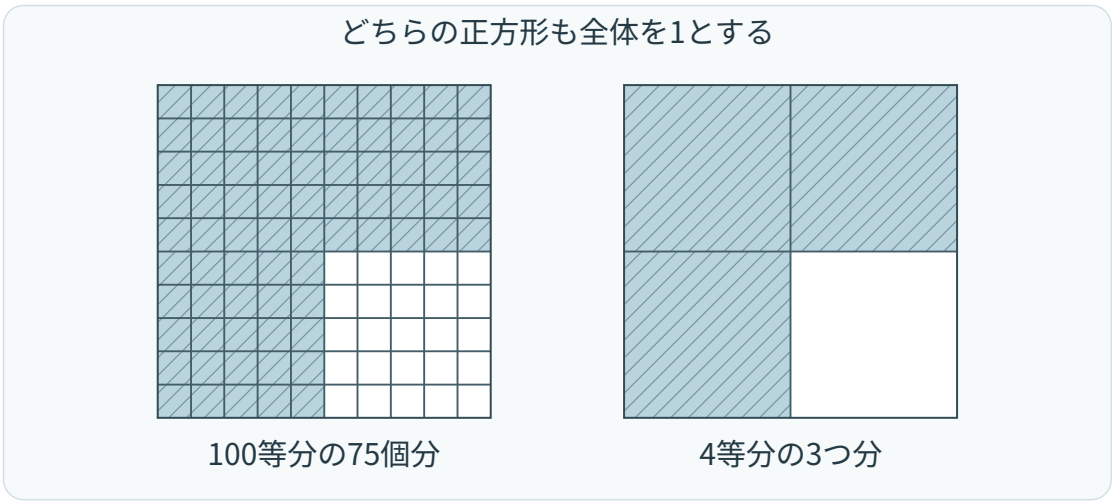
番号	比べる数	記入欄
(1)	$\frac{3}{4}$ と $\frac{5}{6}$	＿＿＿＿
(2)	$\frac{2}{3}$ と $\frac{3}{5}$	＿＿＿＿
(3)	$\frac{5}{4}$ と 1	＿＿＿＿
(4)	$\frac{4}{6}$ と $\frac{2}{3}$	＿＿＿＿
(5)	$\frac{7}{8}$ と $\frac{3}{4}$	＿＿＿＿
(6)	$\frac{2}{5}$ と $\frac{3}{10}$	＿＿＿＿

途中式・確かめ

五　小数を分数に表す

第二章では、0.75 を 0.01 が 75 個集まった数と捉えました。0.01 は、1 を百等分した一つ分です。したがって、0.75 は$\frac{75}{100}$と表せます。

例題四　百分の一から四分の一へ
0.75 を分数で表し、約分してください。



図六　全体も斜線の領域も同じで、分け方だけを変えています。

百分の一を 25 個まとめると、四分の一になります。分子と分母を 25 で割ると、75÷25＝3、100÷25＝4 です。

$$0.75=\frac{75}{100}=\frac{3}{4}$$

小数第一位までなら十分の一、小数第二位までなら百分の一、小数第三位までなら千分の一を一つ分として数えます。例えば、0.6＝$\frac{6}{10}$、0.08＝$\frac{8}{100}$です。0.08 を$\frac{8}{10}$にすると、位の大きさが変わってしまいます。

1 以上の小数も同じです。1.25 は百分の一が 125 個分なので、$\frac{125}{100}$、約分すると$\frac{5}{4}$です。小数の末尾の 0 は数を変えないので、0.5＝$\frac{5}{10}$と 0.50＝$\frac{50}{100}$は、どちらも$\frac{1}{2}$になります。

問七　小数から分数へ

分数に直して約分してください。1以上で整数でないものは仮分数で、整数になるものは整数で表します。

番号	小数	答え
(1)	0.6	
(2)	0.35	
(3)	0.08	
(4)	1.25	
(5)	0.00	
(6)	0.125	

計算の補助　25×3＝75、25×4＝100。125は5で割ると25、1000は5で割ると200です。小さい公約数で繰り返し約分してもかまいません。

六　分数を小数に表す

反対に、分母を 10、100、1000 などに書き換えられれば、小数の位と結び付けられます。例えば$\frac{3}{4}$は$\frac{75}{100}$に等しいので、0.75 です。図六を反対向きに読むこともできます。

例題五　約分してから小数へ

$\frac{3}{12}$を小数で表してください。

12 を整数倍して 10、100、1000 にすることはできませんが、先に約分できます。分子と分母を 3 で割ると$\frac{1}{4}$です。分母 4 を 25 倍すると 100 になるので、分子も 25 倍します。

$$\frac{3}{12}=\frac{1}{4}=\frac{25}{100}=0.25$$

答えの 0.25 を分数に戻すと$\frac{25}{100}$で、約分すれば$\frac{1}{4}$になります。さらに分子と分母を 3 倍すると$\frac{3}{12}$に戻り、もとの数と等しいことが確かめられます。

途中で終わる小数に表せるとは限らない

すべての分数を、分母 10、100、1000 などの分数へ書き換えられるわけではありません。例えば、三分の一は 0.33 とは等しくありません。

$$0.33=\frac{33}{100}=\frac{99}{300}\qquad\qquad\frac{1}{3}=\frac{100}{300}$$

三百分の一が 99 個分と 100 個分なので、0.33 の方が小さいと分かります。三分の一を小数で表すと、3 が限りなく続く 0.333…になります。「…」は、同じ 3 がその先も続くことを表します。小数で割り進める方法や近似値は、第八章で扱います。

この章の練習では、約分や分母の書き換えによって、途中で終わる小数に表せる数を扱います。0.33 のような途中で切った表記を、三分の一と等号で結ぶことはできません。

問八　分数から小数へ

必要なら先に約分し、分母を 10、100、1000 などにそろえて、小数で答えてください。

番号	分数	小数
(1)	$\frac{1}{2}$	
(2)	$\frac{3}{4}$	
(3)	$\frac{7}{5}$	
(4)	$\frac{9}{20}$	
(5)	$\frac{3}{8}$	
(6)	$\frac{6}{15}$	

計算の補助　2×5＝10、5×2＝10、20×5＝100、8×125＝1000、3×125＝375。掛け算のまとまりを使って、分母と分子に同じ倍を使います。

七　目的に合わせて表し方を選ぶ



分数は「一つ分をいくつ分か」、小数は「どの位の単位をいくつ分か」という見方をしやすい表記です。どちらでなければ正しくないということではありません。比べる相手や確かめたいことに合わせて選びます。

量を比べるときは、単位もそろえます。同じ単位の量なら、数値を分数同士または小数同士にして比べられます。数直線では、異なる表記の数が同じ位置になるかでも確かめられます。

問九　量と数直線で確かめる

（1）A には$\frac{3}{4}$L、B には 0.7L の水が入っています。どちらが多いですか。同じ表記にそろえて理由を示してください。

図七を見て（2）（3）に答えてください。目盛りは等間隔で、0 から 1 を二十等分しています。



図七　同じ位置を、分数と小数の二つの形で表します。

（2）P の数を、約分した分数と小数で表してください。

分数　＿＿＿＿＿＿＿＿　　小数　＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）Q の数を、約分した分数と小数で表してください。

分数　＿＿＿＿＿＿＿＿　　小数　＿＿＿＿＿＿＿＿

八　説明と結果を確かめる

　等しい分数を作る操作では、何を同じに保ち、何を変えているのでしょうか。次の説明を点検し、必要なら正しい書き換えを示しましょう。答えだけでなく、一つ分の意味や同じ分母への書き換えも使えます。

問十　書き換えの誤りを見つける

次の説明は正しいですか。理由を、文章・式・図のいずれかで示してください。

(1)「$\frac{2}{3}$の分子と分母に1を足すと$\frac{3}{4}$になる。両方に同じことをしたので、数の大きさは変わらない。」

(2)「$\frac{9}{12}$は、分子の9を3で割ればよいので、$\frac{3}{12}$に約分できる。」

(3)「0.4は4という数字を使っているので、$\frac{4}{100}$と等しい。」

到達確認

本文を見ずに取り組み、解答で意味・操作・確かめ方を点検します。理由を問う問題は、同じ内容を表す式や図でもかまいません。

確認一　同じ数を保つ

(1) $\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$になる理由を、三等分した一つ分をさらに分けることから説明してください。

(2) $\frac{15}{20}$を約分してください。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

(3) $\frac{1}{6}$と$\frac{3}{4}$を、どちらも分母が 12 の分数で表してください。

先の分数　＿＿＿＿＿＿　　後の分数　＿＿＿＿＿＿

確認二　表し方を選んで操作する

(1) 0.45 を分数に直し、約分してください。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) $\frac{7}{4}$を小数で表してください。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

確認二（3）$\frac{5}{8}$と 0.6 では、どちらが大きいですか。同じ表記にそろえて理由も示してください。

確認三　等しさを検証する

（1）0.33 と$\frac{1}{3}$は等しいですか。分母を 300 にそろえて説明してください。

（2）0.75 と等しい数をすべて選んでください。

ア　$\frac{3}{4}$　　イ　$\frac{6}{8}$　　ウ　$\frac{9}{12}$　　エ　$\frac{3}{5}$

選んだ記号　＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）$\frac{4}{5}$が 0.8 と等しいことを、五分の一と十分の一の関係から確かめてください。

この章から次へ

等分した一つ分をさらに分けたり、まとめ直したりすると、同じ数を異なる分数で表せます。小数の位の単位とも結び付ければ、一つの数の見方を広げられます。

ここまでが第一部です。次の第五章からは、数をどのように表すかに加え、計算が何をしているのかを考えます。同じ大きさの一つ分にそろえる考え方は、分数の足し算・引き算でも再び使います。

第四章　解答と考え方

短い正答を先に示し、考え方と戻り先を添えています。分数の形が指定されている場合は、値が等しいことに加え、その指定も確かめます。

問一　図から等しい分数を読む

正答　(1) $\frac{6}{10}$。　(2) $\frac{12}{20}$。　(3) 下の解答例を参照。

考え方　(3) 解答例：アの五等分した一つ分をさらに二等分すると、全体は十等分、斜線は六つ分になります。全体も斜線部分も変えていないので、同じ数を表します。

← **戻り先：**第一節・例題一・図二

問二　指定の分母で表す

正答　(1) $\frac{4}{8}$　(2) $\frac{8}{12}$　(3) $\frac{12}{20}$　(4) $\frac{0}{12}$　(5) $\frac{25}{20}$　(6) $\frac{70}{100}$

考え方　分母をそれぞれ 4 倍、4 倍、4 倍、3 倍、5 倍、10 倍にしているので、分子にも同じ倍を使います。(4) の分子は 0 のままです。(5) は 1 以上の数ですが、同じ書き換えができます。

指定の確認　$\frac{1}{2}$などへ約分すれば値は等しくなりますが、この問いでは指定された分母で答える必要があります。

← **戻り先：**第一節・問二

問三　公約数と約分

正答　(1) 2　(2) 4　(3) $\frac{3}{4}$　(4) $\frac{2}{3}$
(5) $\frac{3}{5}$　(6) $\frac{2}{3}$　(7) 2　(8) 0

考え方　6 の約数は 1、2、3、6、8 の約数は 1、2、4、8 なので、共通するもののうち 1 より大きいのは 2 だけです。8 と 12 の公約数は 1、2、4 で、最大公約数は 4 です。

(3) ～ (6) では、分子と分母をそれぞれ 2、4、3、6 で割ると正答になります。(6) は 2 で割って$\frac{6}{9}$、さらに 3 で割って$\frac{2}{3}$としてもかまいません。

問三（7）（8）　（7）は分子と分母を 4 で割ると$\frac{2}{1}$、つまり 2 です。（8）は分子と分母を 12 で割ると$\frac{0}{1}$、つまり 0 です。整数で表す指定も確かめます。

確かめ方　約分に使った数を分子と分母に掛け直すと、もとの分数に戻ります。例えば$\frac{3}{5}$の両方を 3 倍すると、$\frac{9}{15}$に戻ります。

← **戻り先：**第二節・例題二・図三

問四　最小公倍数を見つける

正答　（1）12　（2）24

考え方　3 の倍数 3、6、9、12 と、4 の倍数 4、8、12 を比べると、最初に共通するのは 12 です。6 の倍数 6、12、18、24 と、8 の倍数 8、16、24 では、最初に共通するのが 24 です。

← **戻り先：**第三節

問五　分母をそろえる練習

正答　もとの順に、次の二つの分数になります。

番号	先の分数	後の分数
（1）	$\frac{4}{12}$	$\frac{9}{12}$
（2）	$\frac{4}{10}$	$\frac{3}{10}$
（3）	$\frac{3}{12}$	$\frac{10}{12}$
（4）	$\frac{15}{12}$	$\frac{8}{12}$
（5）	$\frac{0}{6}$	$\frac{3}{6}$
（6）解答例	$\frac{9}{12}$	$\frac{10}{12}$

問五の考え方　（1）は先の分数を 4 倍、後の分数を 3 倍して書き換えます。（2）の後の分数$\frac{3}{10}$は、もとから指定の分母なので変えません。1 以上や 0 の分数でも、対応する分子と分母に同じ倍を使います。

別解例　（6）は分母を 24 にして$\frac{18}{24}$と$\frac{20}{24}$でも正答です。12 の正の整数倍を共通の分母とし、それぞれの値を保っていれば成立します。

← **戻り先：**第三節・例題三・図四

問六　分数を比べる

正答　（1）＜　（2）＞　（3）＞　（4）＝　（5）＞　（6）＞

考え方　（1）は$\frac{9}{12}$と$\frac{10}{12}$、（2）は$\frac{10}{15}$と$\frac{9}{15}$、（5）は$\frac{7}{8}$と$\frac{6}{8}$、（6）は$\frac{4}{10}$と$\frac{3}{10}$にそろえると、同じ一つ分の個数で比べられます。

（3）は$\frac{5}{4}$が$\frac{4}{4}$より大きいことから 1 より大きいと分かります。（4）は$\frac{4}{6}$を約分すると$\frac{2}{3}$なので等しい数です。通分する方法でも確かめられます。

← **戻り先：**第四節・図五

問七　小数から分数へ

正答　（1）$\frac{3}{5}$　（2）$\frac{7}{20}$　（3）$\frac{2}{25}$　（4）$\frac{5}{4}$　（5）0　（6）$\frac{1}{8}$

考え方　（1）は$\frac{6}{10}$、（2）は$\frac{35}{100}$、（3）は$\frac{8}{100}$、（4）は$\frac{125}{100}$、（5）は$\frac{0}{100}$、（6）は$\frac{125}{1000}$から約分します。整数になる場合を除き、1 より大きい公約数がなくなるまで行います。

（6）の途中式　$\frac{125}{1000}=\frac{25}{200}=\frac{5}{40}=\frac{1}{8}$。分子と分母を 5、5、5 で順に割っています。最初から 125 で割ってもかまいません。

形式の確認　（4）の$1\frac{1}{4}$も同じ数ですが、この問いでは仮分数で答えるので$\frac{5}{4}$とします。

← **戻り先：**第五節・例題四・図六

問八　分数から小数へ

正答　（1）0.5　（2）0.75　（3）1.4
（4）0.45　（5）0.375　（6）0.4

考え方　（1）は$\frac{5}{10}$、（2）は$\frac{75}{100}$、（3）は$\frac{14}{10}$、（4）は$\frac{45}{100}$、（5）は$\frac{375}{1000}$に書き換えると、小数の位で読めます。

（6）は先に$\frac{6}{15}$を約分して$\frac{2}{5}$、次に$\frac{4}{10}$へ書き換えます。もとの分母 15 を整数倍して 10、100、1000 にできなくても、約分後なら書き換えられる場合があります。

確かめ方　0.375 は$\frac{375}{1000}$です。分子と分母を 125 で割ると$\frac{3}{8}$に戻ります。逆向きの書き換えでも値の一致を確かめられます。

← 戻り先：第六節・例題五

問九　量と数直線で確かめる

正答　（1）A。　（2）分数$\frac{2}{5}$、小数 0.4　（3）分数$\frac{3}{4}$、小数 0.75

考え方　（1）解答例：A は 0.75L、B は 0.70L で、単位が同じです。0.75＞0.70 なので、A の方が多いと分かります。分数にそろえ、$\frac{15}{20}$L と$\frac{14}{20}$L を比べる方法でも正答です。

（2）P は二十分の一の 8 個分なので$\frac{8}{20}$です。約分すると$\frac{2}{5}$、百分の一へそろえると$\frac{40}{100}$なので 0.4 です。（3）Q は$\frac{15}{20}$です。約分すると$\frac{3}{4}$、小数では 0.75 になります。

← 戻り先：第七節・図七

問十　書き換えの誤りを見つける

正答　（1）正しくありません。
（2）正しくありません。　（3）正しくありません。

考え方　（1）解答例：$\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$、$\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$なので、等しい数ではありません。両方に同じ 1 を足す操作は、一つ分を同じ割合で分け直す操作ではありません。

問十（2）　解答例：分母を変えずに分子だけを 3 で割ると、とる部分の個数だけが三分の一になり、数の大きさが変わります。分子と分母をともに 3 で割れば、正しく $\frac{3}{4}$ になります。

（3）解答例：0.4 は十分の一が 4 個分なので $\frac{4}{10}$、約分すれば $\frac{2}{5}$ です。$\frac{4}{100}$ は 0.04 で、0.4 とは異なります。数字の 4 だけでなく、その位を確かめます。

← **戻り先：**第一節・第二節・第五節

到達確認の解答

確認一　同じ数を保つ

正答　（1）下の解答例を参照。　（2）$\frac{3}{4}$。　（3）先の分数 $\frac{2}{12}$、後の分数 $\frac{9}{12}$。

考え方　（1）解答例：三等分した一つ分をさらに四等分すると、全体は 12 等分、もとの二つ分は 8 個分になります。全体もとる部分も変えていないので、$\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$ です。

（2）は分子と分母を 5 で割ります。（3）は先の分数の分子・分母を 2 倍、後の分数の分子・分母を 3 倍します。

← **戻り先：**第一節・第二節・第三節

確認二　表し方を選んで操作する

正答　（1）$\frac{9}{20}$。　（2）1.75　（3）$\frac{5}{8}$ の方が大きい。

考え方　（1）は $0.45=\frac{45}{100}$ で、分子と分母を 5 で割ると $\frac{9}{20}$ です。（2）は $\frac{7}{4}=\frac{175}{100}=1.75$ です。

（3）理由の例：$\frac{5}{8}=\frac{625}{1000}=0.625$、$0.6=0.600$ なので、$\frac{5}{8}$ の方が大きいと分かります。$8\times125=1000$、$5\times125=625$ です。

別解例　$0.6=\frac{3}{5}$ なので、$\frac{5}{8}=\frac{25}{40}$ と $\frac{3}{5}=\frac{24}{40}$ を比べても確かめられます。

← **戻り先：**第四節・第五節・第六節

確認三　等しさを検証する

正答　（1）等しくありません。　（2）ア・イ・ウ。　（3）下の解答例を参照。

考え方　（1）解答例：$0.33=\frac{33}{100}=\frac{99}{300}$、$\frac{1}{3}=\frac{100}{300}$です。同じ三百分の一を数えても99個分と100個分で異なるので、等しくありません。

（2）ア・イ・ウはいずれも$\frac{3}{4}$に等しく、0.75です。エの$\frac{3}{5}$は0.6なので異なります。

（3）解答例：五等分した一つ分をさらに二等分すると、その一つ分は十分の一になります。五分の一の四つ分は、十分の一が8個分なので、$\frac{4}{5}=\frac{8}{10}=0.8$と確かめられます。

←　**戻り先：**第一節・第五節・第六節

第五章

足すこと、引くこと

12−7という同じ計算でも、残りを求めることも、差や不足を求めることもできます。この章では、足し算・引き算が何を求めているかを確かめ、位取りに基づく計算と、答えの点検へつなげます。

使う知識　第一章の単位と数直線、第二章の整数の位取り、第四章の同じ一つ分へそろえる考え方。今回は0以上の整数を扱い、引き算は答えも0以上の場合を中心にします。

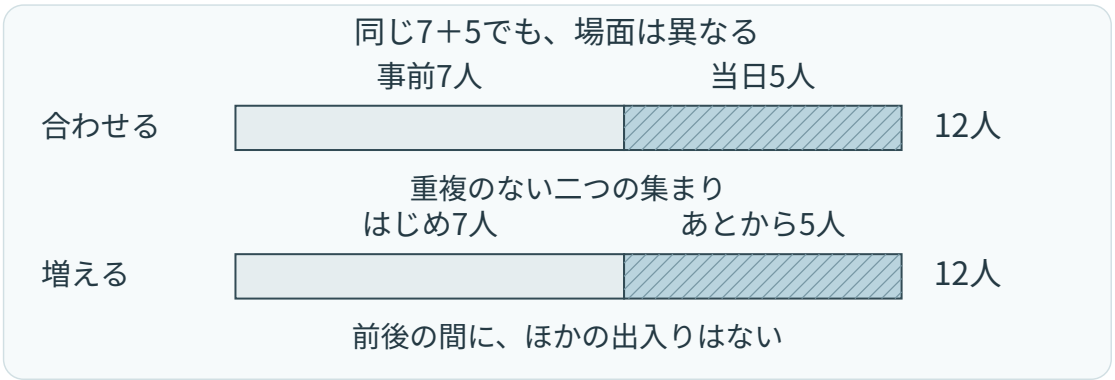
進み方　意味の説明から進み、計算を確かめたい場合は問四〜問六を使います。筆算や計算を分ける式を書ける欄を設けています。すでに分かる場合は到達確認から始め、解説の戻り先を使えます。

一　足し算が表す二つの場面

二つの集まりを合わせた全体の個数は、それぞれの個数を足して求められます。ただし、全体の人数などを求めるときは、同じ人を重ねて数えていないかを確かめます。

例題一　二つの集まりを合わせる

事前に申し込んだ人が7人、当日に申し込んだ人が5人います。両方に申し込んだ人はいません。申込者は全員で何人ですか。



図一　上は二組を合わせる場面、下は人数が増える場面です。

同じ1人を一つ分として、7人と5人を数え合わせます。

$$7+5=12$$

答えは12人です。二つの集まりを数える順を逆にしても、同じ全員を一度ずつ数えるので、5＋7も12になります。

また、会場に7人いて、そこへ5人が入ってきた場合も、ほかに出入りがなければ7＋5＝12で、今いる人数を求められます。初めの例は二組を合わせる場面、こちらは人数が増える場面です。「増えた人数」の5人と、「今いる人数」の12人は区別します。

同じ一つ分で数える

足し算は「加法」、その答えは「和」ともいいます。人数なら1人、長さなら同じ長さの単位を一つ分として、数え合わせます。何を一つとするか、どの単位で表すかを確かめてから計算します。

問一　合わせることと増えること

式と、単位を付けた答えを書いてください。

（1）棚Aに本が8冊、棚Bに6冊あります。同じ本を重ねて数えてはいません。本は合わせて何冊ですか。

式　＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）会場に11人います。4人が入り、ほかに出入りはありません。今いる人数は何人ですか。

式　＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）15cmのテープと25cmのテープを、重ねずにまっすぐつなぎます。全体の長さは何cmですか。

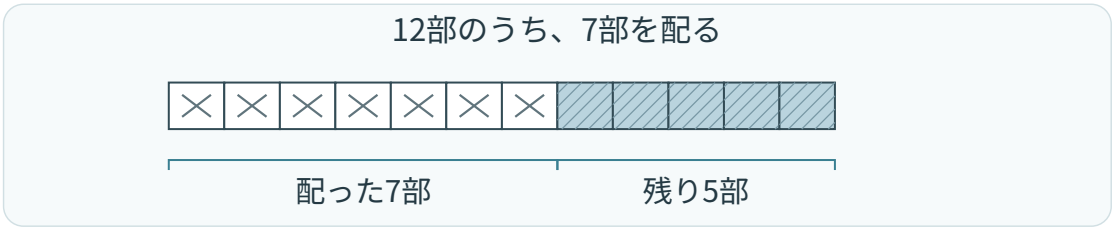
式　＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

二　引き算を三つの見方で読む

引き算は、物を取り去った残りを求めるときに使います。それだけでなく、二つの数や量の差、目標までの不足も求められます。

例題二　配ったあとの残りを求める

資料が 12 部あります。7 部を配ると、何部残りますか。

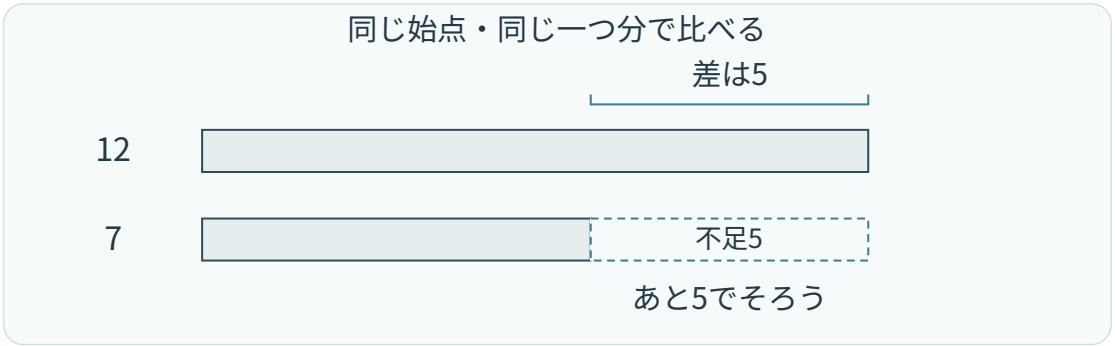


図二　×印の 7 部を配り、斜線の 5 部が残ります。

12 部のうち 7 部を取り去った残りは、5 部です。

$$12 - 7 = 5$$

では、A の会には 12 人、B の会には 7 人いるとき、人数の差はいくつでしょうか。少ない方の 7 人にそろえて考えると、多い方には 5 人分がさらにあります。誰かが実際に退出したわけではありません。



図三　数の 12 と 7 の差は 5 で、7 から 12 までの不足も 5 です。

椅子が 12 脚必要なのに 7 脚しか用意できていない場合も、12−7＝5 で、あと 5 脚必要だと分かります。同じ式でも、「残り 5 部」「人数の差 5 人」「不足 5 脚」と、答えの意味や単位は異なります。

引かれる数と引く数

引き算は「減法」、その答えは「差」ともいいます。12−7 では、12 が引かれる数、7 が引く数です。引く数を入れ替えてよいわけではありません。7−12 は、この章で中心に扱う 0 以上の答えにはならず、負の数の学習で改めて扱います。

問二　残り・差・不足を読み分ける

（1）〜（3）は式と単位付きの答えを、（4）は答えの意味を書いてください。

（1）封筒が 13 枚あります。8 枚使うと、何枚残りますか。

式 ＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）A の在庫は 13 個、B の在庫は 8 個です。A は B より何個多いですか。

式 ＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）椅子が 13 脚必要です。8 脚用意できています。あと何脚必要ですか。

式 ＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

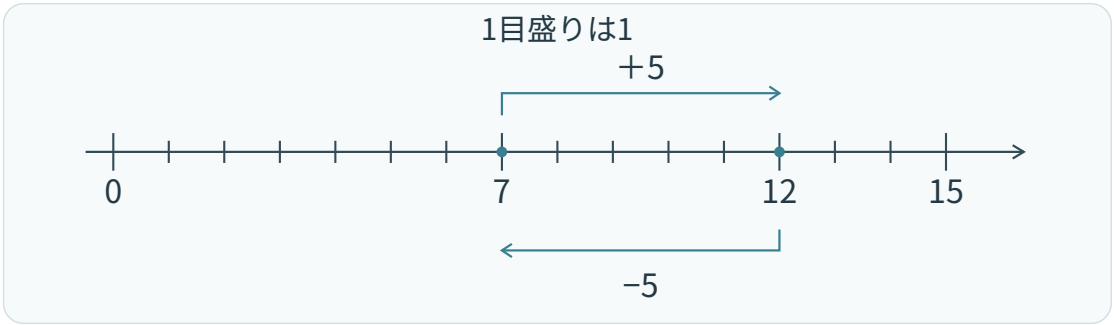
（4）（1）と（2）はどちらも 13−8 で求められます。答えの 5 は、それぞれ何を表していますか。

（1）の 5 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）の 5 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

三　足し算と引き算を行き来する

7 に 5 を足すと 12 になります。反対に、12 から 5 を引くと 7 に戻ります。足し算と引き算は、このように互いに逆向きの関係にあります。



図四　右へ 5 進む操作と、左へ 5 戻る操作を対応させます。

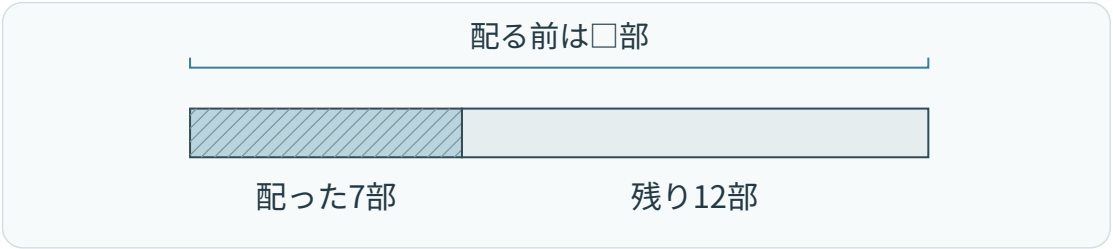
$$7+5=12 \qquad 12-5=7$$

12 から、もう一方の部分である 7 を引けば 5 です。この関係を使うと、分からない部分や、増減する前の数も求められます。

例えば、□＋7＝12 では、全体 12 から分かっている部分 7 を引いて、□は 5 です。12−□＝7 でも、全体 12 から残った部分 7 を引けば、引いた数は 5 だと分かります。

例題三　配る前の数を求める

資料を 7 部配ったところ、12 部残りました。配る前は何部ありましたか。



図五　配った部分と残った部分を合わせると、配る前の全体になります。

分かっている 12 部は、配る前の数ではなく、配ったあとの残りです。配った 7 部を戻せば、配る前の全体が求まります。

$$12+7=19$$

答えは 19 部です。19−7＝12 となり、配ったあとの残りに戻るので確かめられます。「配った」という言葉だけで引き算を選ばず、何が分かっているかを確かめます。

0 と 1 を足す・引く

0 を足す・引くと、数は変わりません。同じ数から同じ数を引くと 0 です。1 を足すと一つ後の整数になり、1 以上の整数から 1 を引くと一つ前の整数になります。「足せば必ず大きくなる」とは限りません。

$$8+0=8 \qquad 8-0=8 \qquad 8-8=0$$

問三　□に入る数を求める

□に入る数を答えてください。求めた数を元の式に入れて、成立するかを確かめます。

番号	式	□に入る数
(1)	□＋8＝15	
(2)	15−□＝8	
(3)	□−8＝15	
(4)	28＋□＝28	

一桁の計算に迷うときは、10 のまとまりを作る方法も使えます。8＋7 なら、7 を 2 と 5 に分け、まず 8 と 2 で 10 を作ります。

$$8+7=10+5=15$$

18−9 なら、9 を 8 と 1 に分けて順に引く方法があります。まず 18−8＝10、次に 10−1＝9 です。数直線で進む・戻ることから確かめてもかまいません。

問四　基本の加減を確かめる

答えを書いてください。必要なら 10 のまとまりや数直線を使えます。

番号	計算	答え	番号	計算	答え
(1)	8＋7		(7)	36−0	
(2)	9＋6		(8)	36−36	
(3)	18−9		(9)	24＋1	
(4)	14−8		(10)	24−1	
(5)	36＋0		(11)	50＋20	
(6)	0＋36		(12)	70−20	

四　同じ位をそろえて足す



桁の多い数でも、同じ大きさの一つ分を数え合わせます。百は百、十は十、一は一の個数を足します。筆算では、その対応を数字の縦の位置で示します。

例題四　繰り上がりを位取りで読む

368＋257 を計算してください。

一の位をそろえ、右から計算します。下の筆算の小さな 1 は、左隣の位へ繰り上げた数です。

	百の位	十の位	一の位
	1	1	
	3	6	8
＋	2	5	7
	6	2	5

まず、一の位の 8 と 7 を合わせると 15 です。1 が 15 個あるので、10 が 1 個と 1 が 5 個にまとめ、一の位に 5 を書き、十の位へ 1 を繰り上げます。

次に、十の位は 6 と 5 に繰り上がった 1 を合わせて 12 です。10 が 12 個、つまり 100 が 1 個と 10 が 2 個なので、十の位に 2 を書き、百の位へ 1 を繰り上げます。

百の位は 3 と 2 と繰り上がった 1 を合わせて 6 です。答えは 625 になります。

$$368 + 257 = 625$$

68 と 357 のように桁数が違っても、そろえるのは左端ではなく同じ位です。また、百のまとまりが 10 個になれば、千の位へ 1 を繰り上げます。答えの桁が一つ増えることもあります。

問五　整数の足し算を練習する

筆算または位ごとに分ける式を書き、計算してください。各欄は途中の計算にも使えます。

問五　計算・答え

（1）248＋136 答え　＿＿＿＿＿＿	（2）507＋286 答え　＿＿＿＿＿＿
（3）68＋357 答え　＿＿＿＿＿＿	（4）458＋542 答え　＿＿＿＿＿＿
（5）702＋98 答え　＿＿＿＿＿＿	（6）160＋0 答え　＿＿＿＿＿＿

五　数を組み替えて引く



引き算でも同じ位をそろえます。その位の個数が足りないときは、一つ左の位のまとまりを組み替えます。数全体を変えずに、一つ分の数え方を変える操作です。

例題五　0 をまたいで組み替える

402−187 を計算してください。

一の位では、2 から 7 を引くための個数が足りません。十の位も 0 なので、その左の百の位から組み替えます。下の表は、位の数字ではなく、それぞれのまとまりの個数を示しています。

表し方	100 の個数	10 の個数	1 の個数
もとの 402	4	0	2
百を一つ組み替える	3	10	2
十を一つ組み替える	3	9	12

100 を一つ、10 のまとまり 10 個へ組み替えます。さらに、その 10 を一つ、1 の 10 個へ組み替えます。これで 100 が 3 個、10 が 9 個、1 が 12 個になります。

$$402 = 300 + 90 + 12$$

筆算では、組み替えた個数を小さく書いておくと追いやすくなります。小さい 12 は「1 が 12 個」というメモです。

	百の位	十の位	一の位
	3	9	12
	~~4~~	~~0~~	~~2~~
−	1	8	7
	2	1	5

一の位に対応する個数は 12−7＝5、十のまとまりは 9−8＝1、百のまとまりは 3−1＝2 です。答えは 215 になります。

$$402 - 187 = 215$$

0 が続く場合も、左側のまとまりから順に組み替えます。例えば、1000 から一の位で引く必要があるときは、次のような表し方が使えます。

$$1000 = 900 + 90 + 10$$

千を百の 10 個へ、そのうち一つの百を十の 10 個へ、さらに一つの十を一の 10 個へ組み替えています。数全体は 1000 のままです。

問六　整数の引き算を練習する

筆算または位ごとに分ける式を書き、計算してください。組み替えたあとは、左の位の個数が減ったことも記録します。

問六　計算・答え

（1）584−263 答え　＿＿＿＿＿＿	（2）503−278 答え　＿＿＿＿＿＿
（3）700−456 答え　＿＿＿＿＿＿	（4）1000−607 答え　＿＿＿＿＿＿
（5）405−98 答え　＿＿＿＿＿＿	（6）320−320 答え　＿＿＿＿＿＿

六　見積もりと逆算で確かめる



計算する前に、扱いやすい近い数で大きさを見積もると、桁の取り違えなどに気付く手掛かりになります。このように、およその値を求める計算を「概算」といいます。

例題六　およその値と正確な値を区別する

497＋206 を、近い数で見積もってから計算し、引き算で確かめてください。

497 を 500、206 を 200 とみると、500＋200＝700 です。和は 700 近くになりそうだと見通しを立てます。これは、およその値です。

実際に計算すると、497＋206＝703 です。足した 206 を引き、もとの 497 へ戻るかで確かめられます。

$$497+206=703 \qquad 703-206=497$$

700 に近い数は 703 だけではありません。概算は結果の大きさを点検する方法であり、近ければ必ず正しいという証明にはなりません。正確な答えには、正確な計算や逆算が必要です。

問七　見積もりと逆算を使う

（1）497 を 500、206 を 200 とみて、497＋206 の和を見積もってください。

およその和　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）497＋206 の正確な和を求め、引き算で確かめてください。

正確な和　＿＿＿＿＿＿＿＿

確かめる式　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

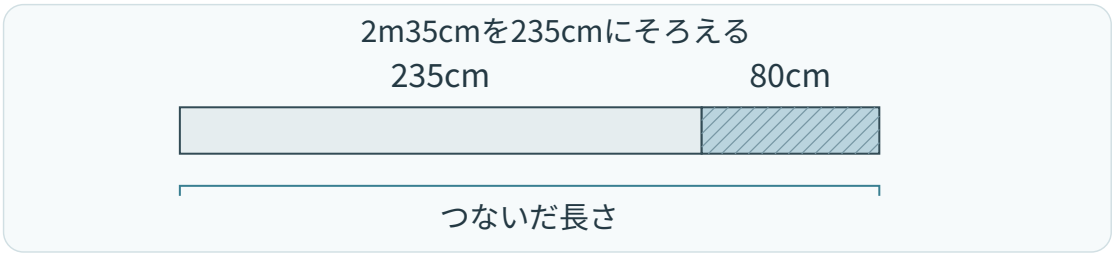
（3）「486＋298＝684」という答えを点検します。486 を 500、298 を 300 とみた見積もりから気付くことを書き、実際の計算で正確な和も求めてください。見積もりだけで正誤を断定しないようにします。

七　単位と場面から式を選ぶ

数量を足し引きするときは、同じ単位へそろえます。第一章で比べた長さも、数値だけをそのまま足し引きすることはできません。ここでは 1m＝100cm を用います。

例題七　長さの単位をそろえる

2m35cm のテープと 80cm のテープを、重ねずにまっすぐつなぎます。長さは何 cm になりますか。



図六　cm という同じ一つ分でそろえ、二つの長さをつなぎます。

2m35cm は、200cm と 35cm を合わせた 235cm です。同じ cm で足します。

$$235+80=315$$

答えは 315cm です。315cm から 80cm を引くと 235cm、つまり元の 2m35cm に戻ります。

問八　場面に合う式で求める

式と単位付きの答えを書いてください。二段階になるものは、式を分けてもかまいません。長さには 1m＝100cm を使います。

（1）1m65cm のテープと 70cm のテープを、重ねずにつなぎます。全体の長さは何 cm ですか。

式 ＿＿＿＿＿＿＿＿　答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）3m のひもから 85cm を切り取ります。残りは何 cm ですか。

式 ＿＿＿＿＿＿＿＿　答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）会場に 37 人います。5 人が退出し、その後 9 人が入ってきました。ほかに出入りはありません。今いる人数は何人ですか。

式 ＿＿＿＿＿＿＿＿　答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

（4）冊子を 240 部用意する予定で、175 部ができました。あと何部必要ですか。

式 ＿＿＿＿＿＿＿＿　答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

問八（5）満杯で 500L 入るタンクに、320L の水があります。満杯にするには、あと何 L 入れればよいですか。

式 ＿＿＿＿＿＿＿＿　答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

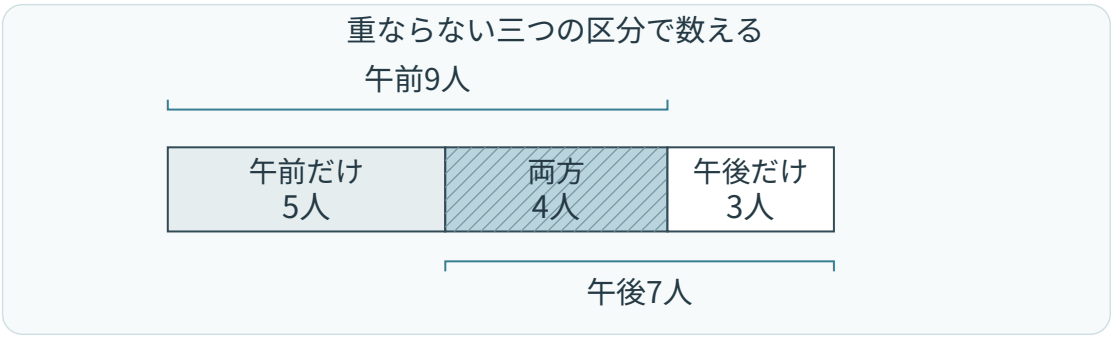
（6）紙が 100 枚ずつ入った箱が 2 箱と、ばらの紙が 35 枚あります。紙は全部で何枚ですか。

式 ＿＿＿＿＿＿＿＿　答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

重なりと数える基準

二つの申込欄に同じ人がいる場合は、その人数を単純に足すと同じ人を二度数えます。一人を一度ずつ数えるために、重なりを確かめます。また、机と椅子のように対象が異なっていても、「家具の点数」として数えるなど、まとめる基準を決めれば足せます。

午前に 9 人、午後に 7 人が申し込み、両方に申し込んだ人が 4 人いる例を考えます。午前だけは 9−4＝5 人、午後だけは 7−4＝3 人です。



図七　「午前だけ」「両方」「午後だけ」なら、一人を一度ずつ数えられます。

重ならない三つの区分で数えると、5＋4＋3＝12 人です。また、9＋7 では両方の 4 人を二度数えるので、一回分の 4 を引いても求められます。

$$9+7-4=12$$

ここで引いているのは、二重に数えた分です。両方に申し込んだ人を、全員の中から除いているのではありません。

問九　何を数え合わせるか

（1）A の会の申込者は 8 人、B の会は 6 人で、両方に申し込んだ人は 3 人です。少なくとも一方の会に申し込んだ人は全部で何人ですか。

式 ＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

問九（2）机が 2 台、椅子が 3 脚あります。一つの家具を 1 点として数えると、家具は全部で何点ですか。

式 ＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）二つの申込欄の人数を見て、全員の人数を求めようとしています。その二つの人数だけで必ず求められますか。何を確かめる必要がありますか。

八　説明を点検する



答えが合っているかだけでなく、どこで数え方や操作を取り違えたかも確かめます。正しくない場合は、位取り・単位・0 の働きへ戻ってみましょう。

問十　考え違いを確かめる

次の説明は正しいですか。正しくない場合は、理由と正しい計算や反例を示してください。文章・式・図のいずれでもかまいません。

（1）「52−38 は、十の位で 5−3＝2、一の位は大きい数字から 8−2＝6 と引くので、答えは 26 です。」

（2）「2m と 30cm を合わせると、2＋30＝32 だから 32cm です。」

(3)「足し算をすれば、答えは足す前の数より必ず大きくなります。」

到達確認

本文を見ずに取り組み、意味・操作・結果の点検を確かめます。答えだけでなく、指定された式や確かめ方も書いてください。

確認一　式が表す意味を読む

(1) 倉庫に 47 箱あり、18 箱を出荷しました。残りは何箱ですか。

式　＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) A のテープは 47cm、B のテープは 18cm です。どちらが何 cm 長いですか。

式　＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

(3) □−18＝47 の□に入る数を求め、足し算・引き算の関係から理由も説明してください。

確認二　位取りで計算し検算する

(1)・(2) は筆算または位ごとに分ける式を書いて、計算してください。

確認二　計算・答え	
(1) 586＋247 答え　＿＿＿＿＿＿	(2) 600−284 答え　＿＿＿＿＿＿

（3）（2）の答えを、足し算で確かめてください。

確認三　単位と重なりを点検する

（1）1m40cm と 85cm を、重ねずにまっすぐつなぎます。長さは何 cm になりますか。1m＝100cm とします。

式 ＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）A の会に 9 人、B の会に 7 人が申し込み、両方に申し込んだ人は 2 人です。少なくとも一方に申し込んだ人は全部で何人ですか。

式 ＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

確認三（3）「398 を 400、205 を 200 とみて足したら 600 だったので、398＋205 の正確な答えも 600 です」という説明は正しいですか。理由と正確な答えを書いてください。

この章から次へ

足し算・引き算は、同じ一つ分を数えること、部分と全体を捉えることと結び付いています。位取りに基づく筆算も、この一つ分をそろえたり、組み替えたりする計算です。数量と結び付けるときは、単位や重複も確かめます。

次の第六章では、同じ数を繰り返し足すことから、掛け算の意味を考えます。足し算で一つ分を数え合わせた経験を、まとまりや倍の見方へ広げていきます。

第五章　解答と考え方

式と単位付きの答えを先に示しています。理由を問う問題は、同じ関係を表す別の文章・式・図でもかまいません。計算問題では、正答だけでなく、組み替えた個数や確かめ方も点検します。

問一　合わせることと増えること

正答　（1）8＋6＝14、14 冊　（2）11＋4＝15、15 人。　（3）15＋25＝40、40cm

考え方　（1）は重複のない二組の本を合わせています。（2）は初めの人数に入ってきた人数を加えます。（3）は重ねずにつないだ二つの長さを、同じ cm で足します。式の数と、答えの単位を対応させます。

← **戻り先：**第一節・例題一・図一

問二　残り・差・不足を読み分ける

正答　（1）13−8＝5、5 枚　（2）13−8＝5、5 個　（3）13−8＝5、5 脚。
（4）最初の 5 は残った封筒の枚数、次の 5 は A と B の在庫の個数の差です。

考え方　同じ 13−8 でも、（1）は取り去った残り、（2）は二つを比べた差、（3）は必要な数までの不足を求めています。（2）では、在庫を実際に取り除く必要はありません。

← **戻り先：**第二節・例題二・図二・図三

問三　□に入る数を求める

正答　（1）7　（2）7　（3）23　（4）0

考え方　（1）は 15−8＝7 で、足す一方の数を求めます。（2）も 15−8＝7 ですが、こちらは引く数を求めています。（3）は残った 15 に引いた 8 を戻すので、15＋8＝23 です。（4）は 0 を足しても変わらない関係です。

確かめ方　求めた数を□に入れると、7＋8＝15、15−7＝8、23−8＝15、28＋0＝28 となり、すべて元の式が成り立ちます。

← **戻り先：**第三節・例題三・図四・図五

問四　基本の加減を確かめる

正答　（1）15　（2）15　（3）9　（4）6　（5）36　（6）36
（7）36　（8）0　（9）25　（10）23　（11）70　（12）50

考え方　（1）は 8 に 2 を足して 10、残り 5 を足して 15 と考えられます。（4）は 14 から 4 を引いて 10、残り 4 を引いて 6 です。分けたあとも、全部で何を足したか・引いたかを確かめます。

0 を足す・引く（5）〜（7）では変わりません。（8）は同じ数を全部引くので 0 です。（11）（12）は、10 のまとまりの個数で、5 個と 2 個を足す・7 個から 2 個を引くと考えられます。

← 戻り先：第三節・問四

問五　整数の足し算を練習する

正答　（1）384　（2）793　（3）425　（4）1000　（5）800　（6）160

考え方　（1）の一の位は 8＋6＝14 で、十の位へ 1 を繰り上げます。十の位は 4＋3＋1＝8、百の位は 2＋1＝3 です。（3）は 68 の 8 と 357 の 7 を一の位へそろえます。

（4）は一の位が 8＋2＝10、十の位が 5＋4＋1＝10、百の位が 4＋5＋1＝10 です。百のまとまり 10 個を千の 1 個にするので、1000 になります。（5）も繰り上がった数を忘れずに加えます。

確かめ方　例えば（1）は、384 から足した 136 を引くと 248 に戻ります。

$$384 - 136 = 248$$

← 戻り先：第四節・例題四

問六　整数の引き算を練習する

正答　（1）321　（2）225　（3）244　（4）393　（5）307　（6）0

考え方　（1）は各位でそのまま引けます。（2）は 503＝400＋90＋13 へ組み替えます。1 の個数は 13−8＝5、10 の個数は 9−7＝2、100 の個数は 4−2＝2 なので 225 です。

（3）は 700＝600＋90＋10 へ組み替えると、100 が 2 個、10 が 4 個、1 が 4 個残ります。（4）は 1000＝900＋90＋10 へ組み替えると、100 が 3 個、10 が 9 個、1 が 3 個残ります。

（5）は 405＝300＋90＋15 へ組み替えます。98 は 100 が 0 個、10 が 9 個、1 が 8 個なので、残りは 100 が 3 個、10 が 0 個、1 が 7 個で 307 です。（6）は同じ数を全部引くので 0 です。

問六の検算　引いた数を答えに足し、元の数へ戻るかを確かめます。例えば（2）は次のとおりです。

$$225 + 278 = 503$$

← 戻り先：第五節・例題五

問七　見積もりと逆算を使う

正答　（1）約 700　（2）703。確かめる式は 703−206＝497
（3）正確な和は 784。見積もりについては下の解答例を参照。

考え方　（3）解答例：500＋300＝800 と見積もると、684 は小さそうなので、計算を点検します。実際に計算すると 486＋298＝784 です。見積もりだけで間違いと断定せず、正確に計算して確かめます。

理由の確認　784−298＝486 となり、もとの数へ戻ります。概算は桁などの点検に役立ちますが、正確な値を決めるための計算とは区別します。

← 戻り先：第六節・例題六

問八　場面に合う式で求める

正答　（1）165＋70＝235、235cm　（2）300−85＝215、215cm
（3）37−5＝32、32＋9＝41、41 人。　（4）240−175＝65、65 部。
（5）500−320＝180、180L　（6）100＋100＋35＝235、235 枚

考え方　（1）（2）は先に cm へそろえます。（3）は退出した 5 人を引いてから、入ってきた 9 人を足します。最後の人数だけを求める式として、37−5＋9＝41 も正答です。

（4）（5）は目標までの不足を求めています。（6）は箱の個数 2 と、紙の枚数 35 をそのまま足しません。1 箱 100 枚なので、2 箱分を 100＋100＝200 枚としてから 35 枚を足します。

答えの形　（1）（2）は cm で答える指定です。ほかの正しい単位で同じ長さを表せても、この問いでは 235cm、215cm とします。

← 戻り先：第七節・例題七・図六

問九　何を数え合わせるか

正答　（1）8＋6−3＝11、11 人。　（2）2＋3＝5、5 点。
（3）必ず求められるとは限りません。重複して申し込んだ人がいるか、いる場合は何人かを確かめます。

考え方　（1）は 8＋6 で同じ 3 人を二度数えているので、一回分を引きます。3 人を全員の中から除外するのではありません。A だけ 5 人、両方 3 人、B だけ 3 人を合わせ、5＋3＋3＝11 人としても正答です。

（2）は台と脚をそのまま足して新しい単位にするのではなく、机一つも椅子一つも家具 1 点として数え直しています。（3）は、重複の有無が分からないままでは、全員の人数を一つに決められません。

← 戻り先：第一節・第七節・図七

問十　考え違いを確かめる

正答　（1）正しくありません。　（2）正しくありません。
（3）正しくありません。

考え方　（1）解答例：各桁で大きい数字から小さい数字を引くのではありません。52＝40＋12 へ組み替えると、1 の個数は 12−8＝4、10 の個数は 4−3＝1 なので、答えは 14 です。14＋38＝52 でも確かめられます。

（2）解答例：m と cm では一つ分の大きさが異なります。2m は 200cm なので、200＋30＝230 で、230cm が正しい答えです。

（3）解答例：8＋0＝8 では、もとの 8 と変わりません。この章の範囲でも、0 を足す場合があるので、「必ず大きくなる」とは言えません。

←　**戻り先：**第三節・第五節・第七節

到達確認の解答

確認一　式が表す意味を読む

正答　（1）47−18＝29、29 箱　（2）47−18＝29、A の方が 29cm 長い。
（3）65。理由は下の解答例を参照。

考え方　（1）は出荷したあとの残り、（2）は長さの差を求めています。同じ 47−18 でも、答えの意味と単位が異なります。

（3）解答例：18 を引いたあとが 47 なので、引いた 18 を戻します。47＋18＝65 です。65−18＝47 となり、元の式でも確かめられます。

←　**戻り先：**第二節・第三節・例題三

確認二　位取りで計算し検算する

正答　（1）833　（2）316　（3）316＋284＝600

考え方　（1）は一の位が 6＋7＝13、十の位が 8＋4＋1＝13、百の位が 5＋2＋1＝8 です。繰り上がりをそれぞれ一度ずつ加えます。

（2）は 600＝500＋90＋10 へ組み替えます。1 の個数は 10−4＝6、10 の個数は 9−8＝1、100 の個数は 5−2＝3 なので 316 です。（3）では、引いた 284 を戻すと 600 になります。

←　**戻り先：**第四節・第五節・第六節

確認三　単位と重なりを点検する

正答　（1）140＋85＝225、225cm　（2）9＋7−2＝14、14 人。
（3）正しくありません。正確な答えは 603 です。

考え方　（1）は 1m40cm を 140cm に直します。（2）は重なっている 2 人の一回分を引き、一人を一度ずつ数えます。

（3）理由の例：600 は近い数で求めたおよその値です。実際には 398＋205＝603 なので、正確な答えを 600 とはできません。603−205＝398 と、引き算でも確かめられます。

← **戻り先：**第六節・第七節・図七

第六章

掛け算は何をするのか

4を3回足すことは、4×3と表せます。では、8cmを0.5倍にする掛け算は何をしているのでしょうか。同じまとまりを数えるところから始め、計算の仕組みと、基準の量を何倍にするかという見方を結び付けます。

使う知識　第二章の位取りと10倍、第三・四章の半分と小数・分数、第五章の足し算と筆算。九九は表で確かめられます。整数の計算を中心に扱い、小数・分数の一般的な掛け算の手順は後の章で学びます。

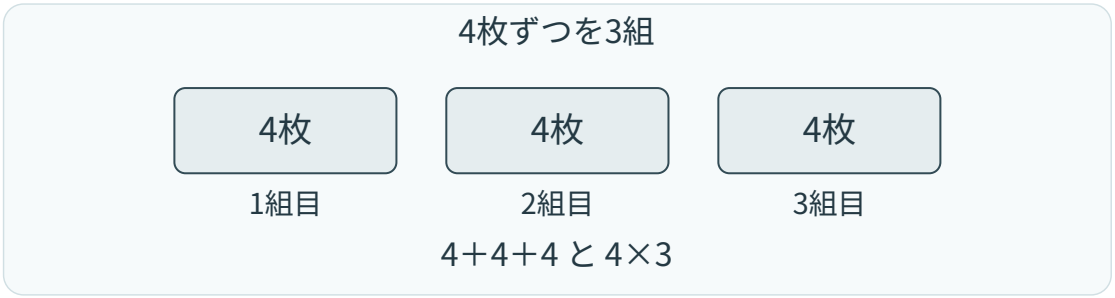
進み方　意味から読み進め、基本の積は問三、筆算は問四で確かめます。すでに分かる場合は到達確認から始め、解説の戻り先を利用できます。

一　同じまとまりを数える

同じ数ずつ入ったまとまりがいくつかあるとき、一つ分の数を繰り返し足せば、全部の数が求められます。掛け算は、この関係を簡潔に表します。

例題一　一つ分といくつ分を対応させる

配布用の紙が4枚ずつ入った組を、3組用意しました。紙は全部で何枚ですか。



図一　各カードは4枚のまとまりを表します。紙そのものの面積を比べる図ではありません。

一つ分は4枚で、それが3組あります。4＋4＋4＝12なので、全部で12枚です。

$$4+4+4=12 \qquad 4\times3=12$$

この章では、入口の説明で「一つ分の数×いくつ分」と読みます。4×3の4は一組の枚数、3は組の数です。答えの単位は、求めている紙の枚数に合わせます。

掛け算と数の役割

掛け算は「乗法」、その答えは「積」ともいいます。掛け算の二つの数を「因数」と呼ぶこともあります。数としての積は順序を替えても同じですが、場面で各数に対応させる役割は区別します。次の節で配列から確かめます。

問一　同じまとまりを式にする

（1）〜（3）は式と単位付きの答えを、（4）は理由と正しい合計を書いてください。

（1）封筒が 6 枚ずつ入った袋が 4 袋あります。封筒は全部で何枚ですか。

式　＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）一つのテーブルに 9 人ずつ座っています。テーブルは 3 台で、同じ人を重ねて数えてはいません。座っている人は全員で何人ですか。

式　＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）3m のひもを 5 本、重ねずにまっすぐつなぎます。長さは全部で何 m ですか。

式　＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

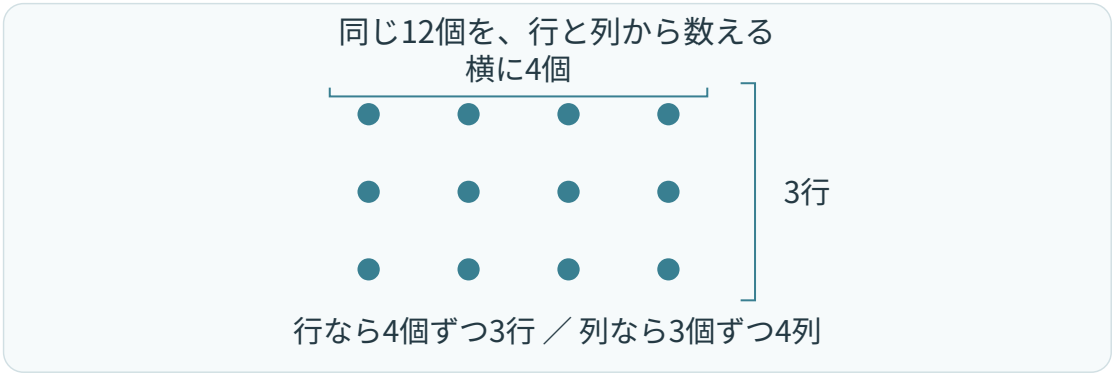
（4）箱 A には 4 個、箱 B には 5 個、箱 C には 4 個入っています。「3 箱だから 4×3＝12 で、全部で 12 個」と求めてよいですか。

二　配列から順序の交換を考える

同じ物が整って並んでいると、横の行からも、縦の列からも数えられます。どちらで数えても、同じ全体を一つずつ数えていることを確かめましょう。

例題二　同じ配列を二通りに数える

下の点は横に 4 個ずつ、3 行あります。行から数える場合と、列から数える場合を比べてください。



図二　横の一行は 4 個、縦の一列は 3 個です。数えている点は同じです。

行で分けると、4 個ずつ 3 行なので 4×3 です。列で分けると、3 個ずつ 4 列なので 3×4 です。どちらも同じ 12 個を数えています。

$$4 \times 3 = 12 \qquad 3 \times 4 = 12$$

このように整数のまとまりを配列にすれば、行と列の見方を替えて同じ全体を数えられます。掛け算の二つの数を交換しても積が等しいという性質を、交換法則といいます。ここでは配列の数え方から、その理由を捉えています。

一方、「4 個入りが 3 組」と「3 個入りが 4 組」では、一組の中身と組の数は異なります。積が等しいことと、場面のまとまり方が同じことは区別します。逆順の式を使う場合も、各数の役割を説明できることが大切です。

問二　行と列で数え直す

図二の同じ点の配列を使います。

(1) 横の行を一つのまとまりとして、一つ分の数×いくつ分の式と答えを書いてください。

式 _____　　答え _____

問二　(2) 縦の列を一つのまとまりとして、一つ分の数×いくつ分の式と答えを書いてください。

式　＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

(3)　(1) と (2) の積が等しくなる理由を、何を数えているかに着目して説明してください。

三　基本の積を確かめる



一つ分が 8 で 1 組なら、全部で 8 です。一つ分が 8 でも組が 0 なら、全部で 0 です。また、各組の中身が 0 なら、何組あっても全部で 0 です。

$$8 \times 1 = 8 \qquad 8 \times 0 = 0 \qquad 0 \times 8 = 0$$

1 を掛けると数は変わらず、0 を掛けると積は 0 になります。1×8 も、1 が 8 個分なので 8 です。これらは、掛け算を扱ううえでの基本です。

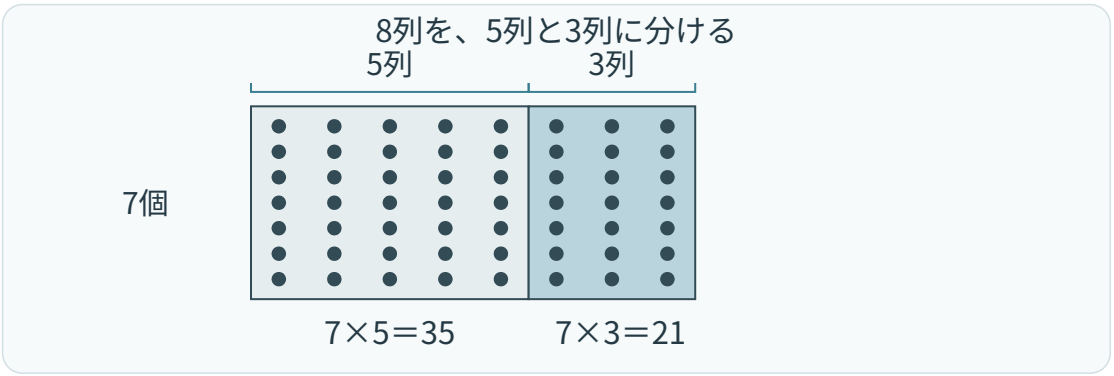
九九表を使う

1 から 9 までの整数の積は、次の表で確かめられます。左端の数の行と、上端の数の列が交わる場所を読みます。例えば 7 の行と 8 の列は 56 です。忘れた値は表に戻り、下の分け方からも確かめられます。

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

例題三　分かる積に分けて求める

7×8 を、7×5 と 7×3 を使って求めてください。



図三　7 個の列が 8 列あります。5 列分と 3 列分に分けても、点の全部は変わりません。

8 列を 5 列と 3 列に分けます。7×5＝35、7×3＝21 なので、全部では 35＋21＝56 です。

$$7\times8=7\times5+7\times3=35+21=56$$

掛ける数を分けてから、それぞれの積を足しても、同じ全部を求められます。この分け方は、後で桁の多い掛け算をするときにも使います。

問三　基本の積を求める

答えを書いてください。必要なら九九表や、分けて求める方法を使えます。

問三	計算	答え	番号	計算	答え
(1)	6×3		(2)	7×4	
(3)	8×7		(4)	9×6	
(5)	4×8		(6)	6×6	
(7)	9×9		(8)	7×7	
(9)	8×4		(10)	6×9	
(11)	8×1		(12)	1×8	

問三	計算	答え	番号	計算	答え
(13)	8×0		(14)	0×8	
(15)	10×6		(16)	6×10	

四　位取りから掛け算を組み立てる



桁が増えても、数を分けて考えられます。同じ位をそろえる筆算は、分けた積を元の位へ戻してまとめる手順です。

例題四　一桁を掛ける筆算を読む

23×4 を計算してください。

23 を 20 と 3 に分けると、20×4＝80、3×4＝12 です。合わせて 92 になります。

$$23 \times 4 = 20 \times 4 + 3 \times 4 = 80 + 12 = 92$$

筆算では、右の一の位から進みます。3×4＝12 なので、一の位に 2 を書き、10 が 1 個あることを十の位へ繰り上げます。下の小さな 1 は、そのメモです。

	百の位	十の位	一の位
		1	
		2	3
×			4
		9	2

十の位の 2 は 20 を表します。20×4＝80 に、繰り上がった 10 を合わせると 90 です。十の位に 9 を書くので、答えは 92 です。繰り上がった数も、元の位に合わせて扱います。

例題五　二桁を掛ける筆算を読む

26×34 を計算してください。

34 は 30 と 4 です。26 を 4 倍した 104 と、30 倍した 780 を合わせます。分けて求めたそれぞれの積を、部分積といいます。

$$26 \times 4 = 104 \qquad 26 \times 30 = 780$$

26×30 は、26×3＝78 をさらに 10 倍した 780 です。筆算でも、30 倍した行の一の位を 0 とし、7・8 を百・十の位へ置きます。

	百の位	十の位	一の位	
		2	6	
×		3	4	
	1	0	4	26×4
	7	8	0	26×30
	8	8	4	部分積の和

$$26 \times 34 = 104 + 780 = 884$$

一の位は 4、十の位は 0＋8＝8、百の位は 1＋7＝8 です。計算前に 26 を 30、34 を 30 とみれば、積は 900 に近いと見積もれます。884 はこの見通しに合いますが、それだけで正しさの証明にはなりません。分けた二つの積と足し算も確かめます。

問四　整数の掛け算を練習する

筆算または数を分けた式を書き、計算してください。（5）〜（8）は十の位の部分積も確かめます。

問四　計算・答え

（1）24×3

答え　＿＿＿＿＿＿

（2）36×4

答え　＿＿＿＿＿＿

問四　計算・答え

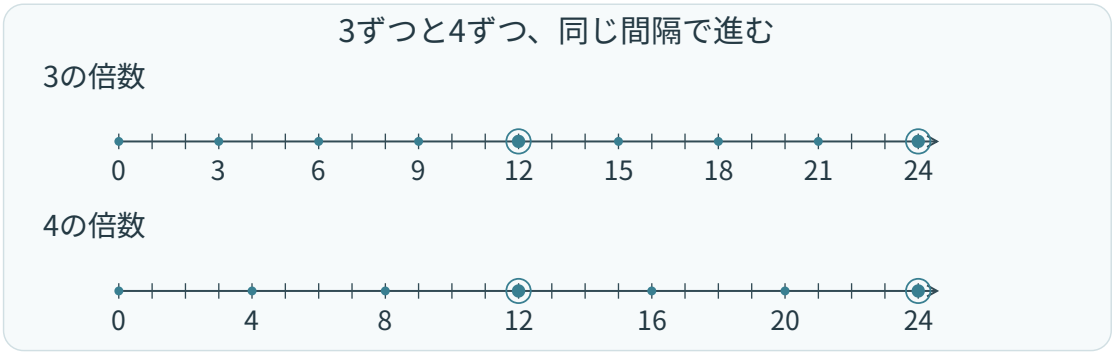
（3）208×3 答え　＿＿＿＿＿＿＿＿	（4）407×5 答え　＿＿＿＿＿＿＿＿
（5）32×24 答え　＿＿＿＿＿＿＿＿	（6）46×23 答え　＿＿＿＿＿＿＿＿
（7）205×14 答え　＿＿＿＿＿＿＿＿	（8）120×30 答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

五　同じ数ずつ増える並び

3を1倍、2倍、3倍とすると、3、6、9と並びます。これらを3の倍数といいます。この章では、正の整数を1、2、3、…倍した、正の倍数を中心に見ます。

$$3\times1=3 \qquad 3\times2=6 \qquad 3\times3=9$$

0 も 3×0＝0 と表せるので、3 の 0 倍です。正の倍数を求める問いでは、0 を含めずに数えます。「正の」は 0 より大きいことを表します。



図四　正の倍数は 0 を除いて読みます。12 と 24 は、3 にも 4 にも対応する位置です。

3 の倍数は 3 ずつ、4 の倍数は 4 ずつ増えます。12 は 3×4 でも 4×3 でも表せるので、どちらの正の倍数にもなっています。24 にも同じことがいえます。共通する倍数の詳しい扱いは、後の章で再び使います。

問五　倍数と逆向きの問い

（1）7 の正の倍数を、小さい方から四つ書いてください。

四つの数　＿＿＿＿＿＿＿＿

問五　（2）18、24、27、31 のうち、6 の倍数をすべて選んでください。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）1 から 24 までの整数のうち、3 と 4 の両方の倍数になるものをすべて書いてください。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

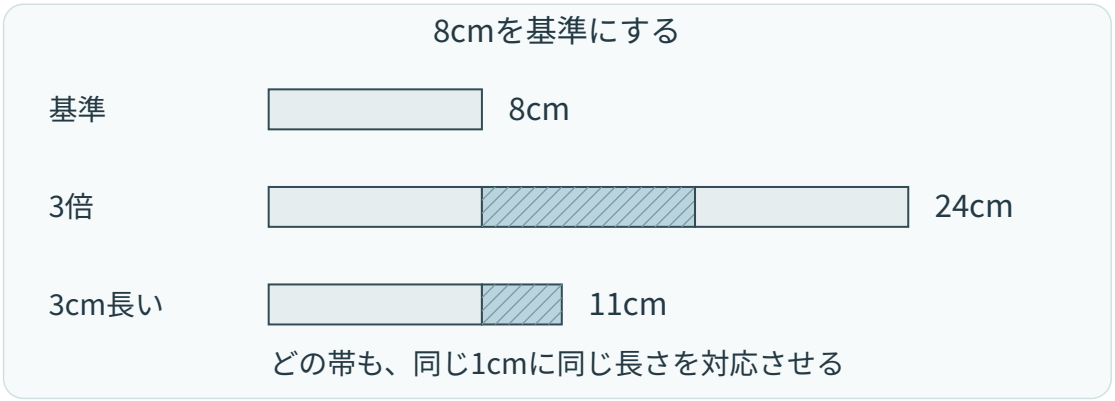
（4）6×□＝42 の□に入る整数を答え、元の式に入れて確かめてください。九九表を使ってもかまいません。

六　基準の量を何倍にする

8cm を 3 倍にするとは、8cm を一つ分として 3 つ分の長さを作ることです。このときの 8cm を、比べるための基準の量といいます。

例題六　3 倍と 3cm 長い量を比べる

8cm のテープの 3 倍の長さと、8cm より 3cm 長い長さを求めてください。



図五　3 倍は基準の 3 つ分です。3cm 長い量は、基準に 3cm を加えた量です。

3 倍は 8＋8＋8＝24 なので 24cm です。一方、3cm 長い長さは 8＋3＝11 なので 11cm です。「3」という数が同じでも、3 倍と 3cm の追加では関係が異なります。

$$8 \times 3 = 24 \qquad 8 + 3 = 11$$

何倍かを表す数そのものに cm は付きません。基準の 8cm を何倍にしたかを示しています。基準が 5cm なら 3 倍は 15cm です。倍が同じでも、基準が違えば求める量は変わります。

問六　倍と差と基準を読み分ける

（1）9cm の 3 倍と、9cm より 3cm 長い長さを、それぞれ求めてください。

3 倍の長さ　＿＿＿＿cm　　3cm 長い長さ　＿＿＿＿cm

（2）1m20cm のテープの 3 倍は何 cm ですか。1m＝100cm とします。

式　＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

問六（3）「2倍なら、基準の長さが変わっても、同じ長さになります」という説明は正しいですか。二つの基準の長さを使って確かめてください。

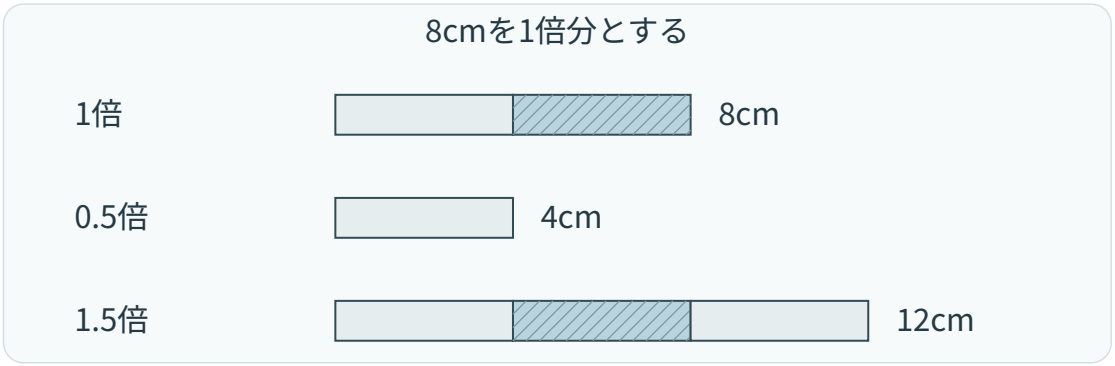
七　半分や1.5倍へ広げる

ここまでは、主に整数個のまとまりから掛け算を考えてきました。倍として捉えると、半分にすることも掛け算に含められます。0.5は2分の1と等しい数です。

$$0.5=\frac{1}{2}$$

例題七　1倍分と半分を対応させる

8cmを基準として、0.5倍と1.5倍の長さを求めてください。



図六　どの帯も同じ縮尺です。半分4cmを一つ分としても、長さを確かめられます。

0.5倍は、基準を等しく二つに分けた一つ分、つまり半分にすることです。8cmの半分は4cmなので、8×0.5＝4となります。8を0.5回足すと考えるより、8cmを半分にすると捉えると意味が明確です。

1.5倍は、1倍分と0.5倍分を合わせた量です。8cmに、その半分の4cmを加えるので12cmです。

$$8\times0.5=4 \qquad 8\times1.5=8+4=12$$

3mを0.5倍にすれば1.5mです。300cmの半分が150cmであることからも確かめられます。このように、掛け算の意味は「整数回繰り返して足す」から「基準の何倍にする」へ広がります。小数・分数の掛け算の一般的な計算手順は、後の章で学びます。

掛けたあとの大きさ

正の長さを基準にすると、0 倍は 0、1 倍は同じ長さです。0 より大きく 1 より小さい倍なら元より短く、1 より大きい倍なら元より長くなります。基準が 0 なら、0×3 も 0 です。「掛け算をすれば必ず大きくなる」とはいえません。

問七　半分と 1.5 倍を使う

（1）8cm の 0.5 倍は何 cm ですか。

式　＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）8cm の 1.5 倍は何 cm ですか。

式　＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

問七　（3）10m の $\frac{1}{2}$ 倍は何 m ですか。

式　＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

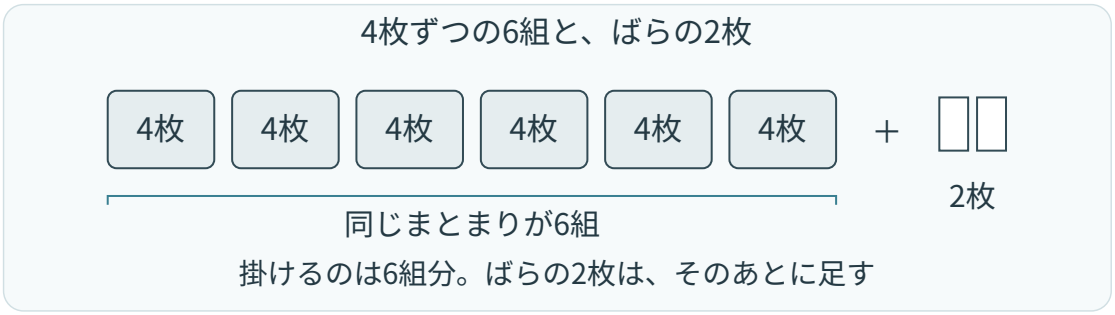
（4）正の長さを 0.5 倍にすると、必ず元より短くなりますか。半分の意味から理由を説明してください。

八　場面に合う計算を選ぶ

掛け算を使うには、何が同じまとまりなのか、何を基準にするのかを確かめます。一度だけ加わる量がある場合は、すべてを同じように掛けないことも大切です。

例題八　まとまりとばらを分ける

紙が 4 枚ずつ入った組が 6 組あり、そのほかにばらの紙が 2 枚あります。紙は全部で何枚ですか。



図七　4 枚のまとまりを 6 組分求めてから、ばらの 2 枚を足します。

組に入った紙は 4×6＝24 枚です。そのあとに、ばらの 2 枚を足すと 26 枚になります。ばらの 2 枚が各組にあるわけではありません。

$$4 \times 6 + 2 = 24 + 2 = 26$$

掛け算と足し算が混ざるこの式では、4×6 を先に求めています。計算の順序の詳しい整理は第十一章で扱います。ここでは、場面の「組の中身を求めてから、ばらを足す」という順に、二つの式へ分けてもかまいません。

問八　式と説明を点検する

（1）～（3）は式と単位付きの答えを書きます。（4）～（6）は説明の正誤を判断し、正しくない場合は理由と正しい計算や反例を書いてください。

（1）1 点 240 円の品物を 3 点買い、送料 60 円が一度だけかかります。支払額は全部で何円ですか。

式　＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）紙が 3 枚ずつ入った組が 8 組あり、ばらの紙が 5 枚あります。紙は全部で何枚ですか。

式　＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

問八　(3) 35cm のテープを 4 本、重ねずにまっすぐつなぎます。長さは全部で何 cm ですか。

式 ＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

(4) 「4 個、5 個、4 個の入った 3 箱は、4×3 で全部 12 個です。」

(5) 「36×20 は、36×2＝72 と同じなので 72 です。」

(6) 「掛け算をすると、答えはもとの数より必ず大きくなります。」

到達確認

本文を見ずに取り組み、意味・操作・結果の点検を確かめます。理由や確かめ方を問う箇所では、その過程も書いてください。

確認一　まとまりと倍の意味を読む

(1) 5 枚ずつ入った袋が 7 袋あります。紙は全部で何枚ですか。

式 ＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) (1) の 5×7 という式の 5 と 7 は、それぞれ何を表しますか。

5 が表すもの ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

7 が表すもの ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

確認一（3）4cm の 3 倍と、4cm より 3cm 長い長さを、それぞれ求めてください。

3 倍の長さ　＿＿＿＿cm　　3cm 長い長さ　＿＿＿＿cm

確認二　位取りで計算し確かめる

（1）（2）は筆算または数を分けた式を書いて計算してください。

確認二　計算・答え

（1）307×6	（2）43×26
答え　＿＿＿＿＿＿＿＿	答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）（2）の答えを、43×20 と 43×6 に分けた計算で確かめてください。

確認三　基準と一度だけ加わる量を点検する

（1）10cm の 0.5 倍は何 cm ですか。半分の意味も使って説明してください。

（2）10cm の 1.5 倍は何 cm ですか。1 倍分と半分を使って説明してください。

（3）1 冊 180 円の本を 4 冊買い、送料 100 円が一度だけかかります。全部で何円ですか。式と答えを示し、送料をどう扱ったかも説明してください。

この章から次へ

掛け算は、同じまとまりを数えることから、基準を何倍にするかという見方へ広がります。位取りに基づく筆算も、一つ分をそろえて部分の積をまとめる計算です。数の役割、単位、基準を確かめることは、いずれの場面にも共通します。

次の第七章では、積が分かっているときに、一つ分やいくつ分をどう求めるかを考えます。割り算を、等しく分ける場面と、決まった量がいくつ含まれるかを調べる場面から捉え直します。

第六章　解答と考え方

短い積はまとめて示しています。式の順序や分け方が異なっていても、設問で指定した数え方や答え方に合い、各数の役割を正しく説明できていれば認められます。理由を問う問題は、同じ関係を表す文章・式・図でもかまいません。

問一　同じまとまりを式にする

正答　（1）6×4＝24、24 枚　（2）9×3＝27、27 人。
（3）3×5＝15、15m　（4）求めてはいけません。正しい合計は 13 個です。

考え方　（1）一袋 6 枚が 4 袋、（2）一台 9 人が 3 台、（3）3m が 5 本です。（4）は箱ごとの個数が同じではありません。4＋5＋4＝13 です。4×3＋1＝13 と、余分な 1 個を分けても求められます。

←　**戻り先：**第一節・例題一・図一

問二　行と列で数え直す

正答　（1）4×3＝12、12 個　（2）3×4＝12、12 個
（3）解答例：同じ 12 個の点を、行または列のまとまりに分けて、どちらも一度ずつ数えているからです。

考え方　横の行なら一つ分が 4 個、まとまりが 3 行です。縦の列なら一つ分が 3 個、まとまりが 4 列です。積は同じでも、各数に対応させた役割は入れ替わっています。

←　**戻り先：**第二節・例題二・図二

問三　基本の積を求める

正答　（1）18　（2）28　（3）56　（4）54
（5）32　（6）36　（7）81　（8）49
（9）32　（10）54　（11）8　（12）8
（13）0　（14）0　（15）60　（16）60

考え方　（3）は 8×7＝8×5＋8×2＝40＋16＝56 としても求められます。（11）（12）は 1 倍または 1 の 8 個分です。（13）は 8 のまとまりが 0 個、（14）は 0 のまとまりが 8 個で、どちらも 0 です。（15）（16）は 10 が 6 個分です。

←　**戻り先：**第三節・例題三・図三

問四　整数の掛け算を練習する

正答　（1）72　（2）144　（3）624　（4）2035
（5）768　（6）1058　（7）2870　（8）3600

考え方　（2）は 6×4＝24 で 2 を十の位へ繰り上げ、十の位は 3×4＋2＝14 です。（4）は一の位が 7×5＝35、十の位は 0×5 に繰り上がりの 3 を加えて 3 です。百の位は 4×5＝20 なので、全体は 2035 になります。

（5）は 32×20＝640 と 32×4＝128 を足して 768 です。（6）は 46×20＝920 と 46×3＝138 を足して 1058 です。十の位を掛けた部分積を、一桁小さく扱わないようにします。

（7）は 205×10＝2050 と 205×4＝820 を足して 2870 です。（8）は 120×3＝360 をさらに 10 倍して 3600 です。末尾の 0 を書き足すだけという操作ではなく、何倍しているかを確かめます。

別の確かめ方　例えば（5）は、32 を 30 と 2 に分けても、30×24＝720、2×24＝48 から 768 と確かめられます。別の分け方でも同じ積になります。

←　**戻り先：**第四節・例題四・例題五

問五　倍数と逆向きの問い

正答　（1）7、14、21、28　（2）18、24
（3）12、24　（4）7。確かめる式は 6×7＝42 です。

考え方　（1）は 7×1、7×2、7×3、7×4 です。（2）は 18＝6×3、24＝6×4 です。27 と 31 は 6 の整数倍にはなりません。（3）は 3×4＝4×3＝12、3×8＝4×6＝24 と、どちらの整数倍でも表せます。（4）は 6 の行で積 42 になる列を読んでも求められます。

←　**戻り先：**第五節・図四・第三節

問六　倍と差と基準を読み分ける

正答　（1）3 倍は 27cm、3cm 長い長さは 12cm
（2）120×3＝360、360cm　（3）正しくありません。

考え方　（1）は 9×3＝27 と 9＋3＝12 です。（2）は先に 1m20cm を 120cm へそろえます。（3）解答例：基準が 5cm なら 2 倍は 10cm、基準が 8cm なら 2 倍は 16cm です。倍が同じでも、基準が変わると求める長さは変わります。

←　**戻り先：**第六節・例題六・図五

問七　半分と 1.5 倍を使う

正答　（1）8×0.5＝4、4cm　（2）8×1.5＝12、12cm
（3）$10\times\frac{1}{2}=5$、5m　（4）必ず元より短くなります。

考え方　（1）は 8cm の半分です。（2）は 1 倍分 8cm と半分 4cm を合わせます。（3）は 10m を等しく二つに分けた一つ分です。（4）解答例：正の長さを半分にすると、同じ長さの二つ分のうちの一つだけになるので、元の全体より短くなります。基準 0 はこの問いの「正の長さ」に含まれません。

←　**戻り先：**第七節・例題七・図六

問八　式と説明を点検する

正答　（1）240×3＋60＝780、780 円
（2）3×8＋5＝29、29 枚　（3）35×4＝140、140cm
（4）（5）（6）はいずれも正しくありません。

考え方　（1）は品物 3 点分を求めてから、一度だけの送料 60 円を加えます。（2）は組の中の 24 枚とばら 5 枚を合わせます。（3）は同じ 35cm を 4 つ分つなぎます。いずれも二段階の式に分けてかまいません。

（4）解答例：箱ごとの個数が同じではないので、4×3 だけでは不足します。4＋5＋4＝13、または 4×3＋1＝13 で 13 個です。

（5）解答例：20 は 2 の 10 倍です。36×2＝72 をさらに 10 倍するので、正しくは 36×20＝720 です。筆算では、十の位の部分積を正しい位へ置きます。

（6）反例：8×1＝8 では変わらず、8×0.5＝4 では小さくなります。8×0＝0 も反例です。一つの反例だけでも「必ず大きい」という説明は成り立たないと分かります。

←　**戻り先：**第一節・第四節・第七節・第八節・例題八・図七

到達確認の解答

確認一　まとまりと倍の意味を読む

正答　（1）5×7＝35、35 枚
（2）5 は一袋の紙の枚数、7 は袋の数です。
（3）3 倍は 12cm、3cm 長い長さは 7cm です。

考え方　（1）は 5 枚ずつを 7 袋分数えています。（3）は 4×3＝12 と 4＋3＝7 です。同じ数 3 でも、倍と、加える cm の数値とでは働きが異なります。

←　**戻り先：**第一節・第二節・第六節

確認二　位取りで計算し確かめる

正答　（1）1842　（2）1118
（3）43×20＝860、43×6＝258、860＋258＝1118

考え方　（1）は一の位の 7×6＝42 で 4 を繰り上げます。十の位は 0×6＋4＝4、百の位は 3×6＝18 なので 1842 です。（2）は 26 を 20 と 6 に分けます。（3）の二つの部分積を合わせると、筆算と同じ 1118 になります。

← **戻り先：**第四節・例題四・例題五

確認三　基準と一度だけ加わる量を点検する

正答　（1）5cm　（2）15cm
（3）180×4＋100＝820、820 円

考え方　（1）説明の例：0.5 倍は半分なので、10cm を等しく二つに分けた一つ分の 5cm です。（2）説明の例：1 倍分 10cm と半分 5cm を合わせて 15cm です。

（3）説明の例：本の代金は 180×4＝720 円です。送料は一度だけなので 100 円を加え、720＋100＝820 円です。送料を 4 回分にしてはいけません。

← **戻り先：**第七節・第八節・図六・図七

第七章

割り算は何をするのか

同じ 12÷3＝4 でも、求めるものが一人分の枚数か組の数かで、4 の意味は変わります。何を求めているかを確かめ、掛け算との関係、余り、分数で表す商へ進みます。

使う知識　単位・位取り（第一・二章）、分数（第三・四章）、加減と掛け算（第五・六章）。九九は第六章第三節の表に戻れます。小数・分数の除法の一般的な手順は後の章で扱います。

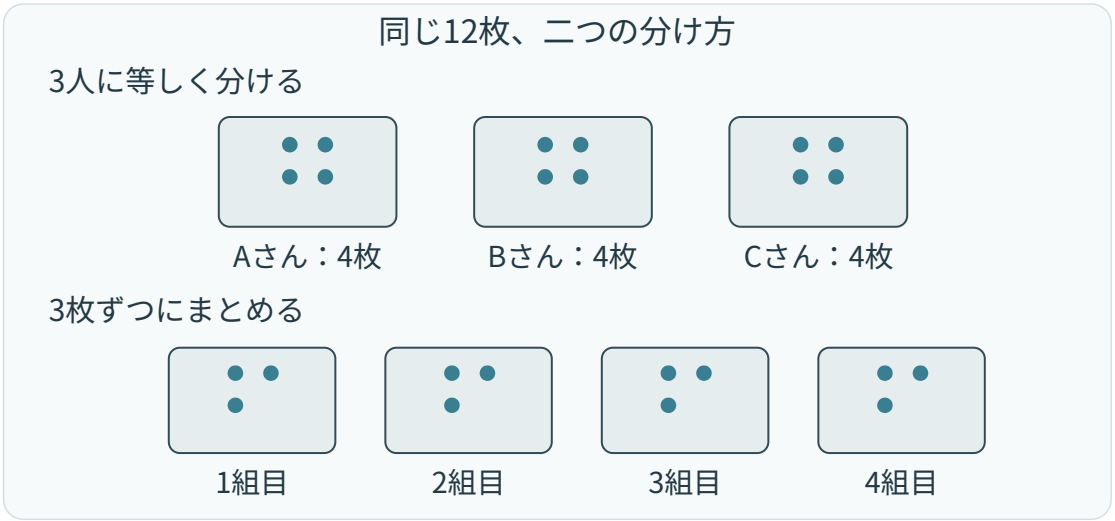
進み方　基本の商は問二、余りは問四、筆算は問五へ。到達確認から始め、解説の戻り先を使ってもかまいません。

一　同じ式で何を求めるか

割り算の入口として、等しく分ける場合と、同じ大きさのまとまりを作る場合を比べます。全体の数だけでなく、何が分かっていて、何を求めるのかに目を向けます。

例題一　一つ分といくつ分を読み分ける

12 枚の紙について、①3 人に等しく分けた一人分の枚数、②3 枚ずつにまとめた組の数を、それぞれ求めてください。



図一　点一つが紙 1 枚です。上は分ける人数、下は一組の枚数を先に決めています。

①は分ける人数が 3 人と分かっています。一人分を 4 枚にすると 4×3＝12 なので、答えは一人 4 枚です。②は一組 3 枚と決まっています。3×4＝12 なので、答えは 4 組です。

$$12 \div 3 = 4$$

①の 3 は人数で、4 は一人分の枚数です。②の 3 は一組の枚数で、4 は組の数です。同じ式でも、答えの単位は求めたものに合わせます。

二つの見方の名前

等しく分けた一つ分を求める見方を「等分除」、決まった一つ分がいくつ含まれるかを求める見方を「包含除」と呼ぶことがあります。名称を覚えることより、何を求めているかを図や言葉で読み分けることが大切です。割り算の意味は、この二つの場面からさらに広がります。

問一　一つ分かいくつ分かを読む

式と単位付きの答えを書いてください。

（1）カード 20 枚を 5 人に等しく分けます。一人分は何枚ですか。

式 ＿＿＿＿＿＿＿＿　答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）カード 20 枚を 5 枚ずつ袋に入れます。袋は何袋できますか。

式 ＿＿＿＿＿＿＿＿　答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）24 人が、一台に 6 人ずつ乗れる車に乗ります。全員が乗るには何台必要ですか。

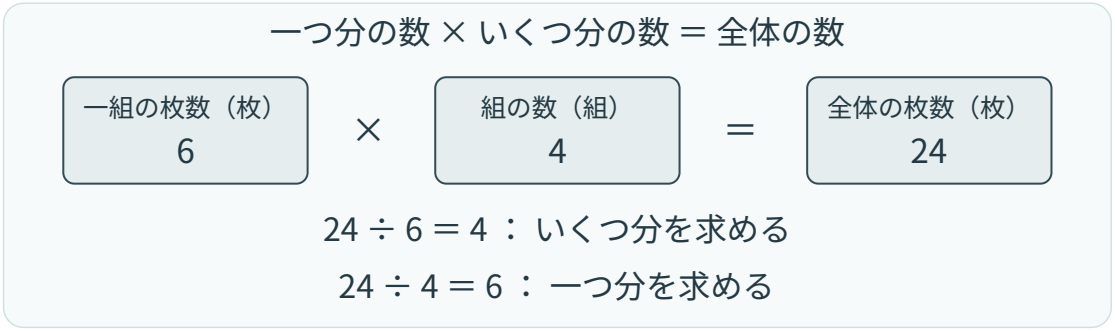
式 ＿＿＿＿＿＿＿＿　答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

（4）36m のひもを同じ長さの 6 本に分けます。一本の長さは何 m ですか。切る際に失う長さはないものとします。

式 ＿＿＿＿＿＿＿＿　答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

二　掛け算の逆から商を求める

一つ分×いくつ分＝全体という関係で、全体と片方の数が分かれば、もう片方を求められます。割り算は、分かっている数を掛けると元の数になる数を求める計算です。割る数は 0 にしません。



図二　求めたいのが組の数か一組の枚数かに応じて、全体 24 を割る数が変わります。

例えば 24÷6 の答えは、6 を掛けると 24 になる数 4 です。24÷4 なら、4 を掛けると 24 になる数 6 です。割り算と掛け算は、同じ関係を逆向きにたどっています。

割り算の言葉

割り算を「除法」、その答えを「商」といいます。42÷6 では 42 が「割られる数」、6 が「割る数」です。余りがある場合の整数の商は、第四節で扱います。

例題二　九九を逆にたどる

42÷6 を計算し、掛け算で確かめてください。

6×□＝42 となる□を探します。6×7＝42 なので、商は 7 です。九九を忘れた場合は、第六章第三節の九九表で 6 の行を見て、42 になる列を読みます。

$$42 \div 6 = 7 \qquad 6 \times 7 = 42$$

割る数 6 に、求めた商 7 を掛けて 42 に戻ることが検算になります。割る数と割られる数を入れ替えると別の計算になるので、書かれた順も確かめます。

問二　掛け算から商を求める

商を書いてください。必要なら九九表を使い、割る数を掛けて確かめます。

問二	計算	商	問二	計算	商
(1)	12÷3		(2)	42÷6	
(3)	56÷8		(4)	72÷9	
(5)	63÷7		(6)	48÷6	

問二	計算	商	問二	計算	商
(7)	81÷9		(8)	36÷4	
(9)	100÷10		(10)	120÷3	
(11)	60÷5		(12)	90÷10	

三　0と1で条件を確かめる　01

0枚の紙を5人に等しく分ければ、一人分は0枚です。0を0でない数で割った商は0になります。また、ある数を1で割ると、その数のままです。

$$0\div5=0 \qquad 9\div1=9 \qquad 9\div9=1$$

0×5=0、9×1=9から確かめられます。0でない数を同じ数で割れば商は1です。ただし、この説明を0÷0へそのまま当てはめることはできません。

例題三　割られる数0と割る数0を区別する

0÷5と5÷0は、どちらも0になりますか。掛け算に戻して考えてください。

0÷5は、5×□=0の□を求める計算です。□は0と決まるので、答えは0です。一方、5÷0の答えを□とすると、0×□=5になるはずです。しかし、0にどんな数を掛けても0で、5にはなりません。5÷0の答えは定義しません。

0÷0も、答えを定義しません。0×□=0には0も1も2も当てはまり、一つの商に決まらないからです。「0で割ると0」「0で割ると無限大」という規則にはしません。割り算では、割る数が0でないことを必ず確かめます。

問三　0と1の割り算を点検する

(1)〜(3)は商を答えます。(4)(5)は答えを定義できるかを判断し、掛け算に戻して理由を書いてください。

(1) 0÷7

答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) 9÷1

答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

問三　(3) 9÷9

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

(4) 7÷0

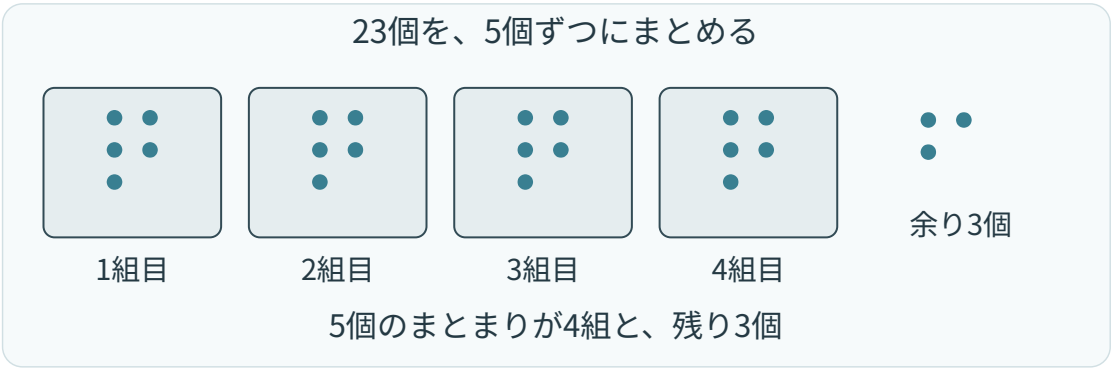
(5) 0÷0

四　余りを含めて全体に戻す

整数でまとまりを作ると、分け切れずに残る場合があります。いくつのまとまりができ、いくつ残るのかを、分けて表します。

例題四　整数の商と余りを読む

23 個の部品を 5 個ずつの組にします。完全な組はいくつでき、部品は何個余りますか。



図三　5 個の組をもう一つ作るには、残り 3 個では足りません。

5×4＝20 なので、4 組できて 3 個余ります。整数の商は 4、余りは 3 です。5 個ずつを 4 組分と余りの 3 個を合わせると、元の 23 個に戻ります。

$$23 = 5 \times 4 + 3$$

余りは0以上で、割る数より小さくします。余りが5以上あれば、5個の組をさらに作れるからです。0以上の整数を正の整数で割るとき、次の二つをどちらも確かめます。

$$\text{割られる数} = \text{割る数} \times \text{整数の商} + \text{余り}$$

$$0 \leqq \text{余り} < \text{割る数}$$

23＝5×3＋8も等式としては合います。しかし、余り8にはまだ5が含まれるので、整数の商3・余り8を最終の答えにはしません。余りが0のときは、割り切れたといいます。

問四　整数の商と余りを求める

（1）〜（6）は整数の商と余りを別々に書いてください。割り切れる場合も余り0を書きます。

問四	計算	整数の商	余り
(1)	17÷5		
(2)	29÷4		
(3)	32÷6		
(4)	20÷5		
(5)	3÷7		
(6)	0÷4		

（7）29÷4 を「整数の商 6、余り 5」としました。4×6＋5＝29 だから正しいといえますか。正しい商と余りも示してください。

五　位取りから割り算を組み立てる

大きな数の割り算でも、掛け算との関係と、位ごとのまとまりを使えます。筆算では大きい位から商を決め、残りを次の位のまとまりに組み替えます。

例題五　残りを次の位へ組み替える

156÷4 を計算してください。

百のまとまり 1 個のままでは、4 つに整数個ずつに分けられません。百を十に組み替え、十の位までの 15 個の十を考えます。15÷4 の整数の商は 3、余り 3 です。商の 3 は十の位に書き、30 を表します。

割る数	百の位	十の位	一の位	計算の意味
		3	9	商 39
4	1	5	6	15 個の十を 4 で分ける
−	1	2		4×30＝120 を引く
		3	6	残り 30 に 6 を合わせる
−		3	6	4×9＝36 を引く
			0	余り 0

15 個の十から 12 個の十を引くと、3 個の十が残ります。一の位の 6 と合わせた 36 を 4 で割ると 9 です。商は 30＋9＝39 となります。

$$156 \div 4 = 39 \qquad 4 \times 39 = 156$$

筆算で「6 を下ろす」のは、残った 30 と一の位の 6 を合わせ、36 に組み替えることです。数字を動かすだけの手順ではなく、位のまとまりを変えて続けています。

例題六　商の途中の 0 を保つ

408÷4 を計算してください。

4 個の百を 4 で分けると、一つ分は 1 個の百です。十の位は 0 個なので、商の十の位に 0 を書きます。一の位の 8 を 4 で分けると 2 です。

割る数	百の位	十の位	一の位	計算の意味
	1	0	2	商 102
4	4	0	8	百の位から分ける
−	4			4×100＝400 を引く
		0		十の位の商は 0
			8	一の位へ進む
−			8	4×2＝8 を引く
			0	余り 0

$$408 \div 4 = 102 \qquad 4 \times 102 = 408$$

商の 0 を省いて 12 とすると、4×12＝48 となり 408 に戻りません。0 は、一つ分に十のまとまりがないことと、ほかの数字の位を示しています。

例題七　二桁の数で割る

672÷24 を計算してください。

百のまとまり 6 個のままでは、24 組に整数個ずつに分けられません。十の位までの 67 個の十を見ます。24×2＝48、24×3＝72 なので、十の位の商は 2 です。24×20＝480 を引くと 192 が残ります。

割る数	百の位	十の位	一の位	計算の意味
		2	8	商 28
24	6	7	2	67 個の十を 24 で分ける
−	4	8		24×20＝480 を引く
	1	9	2	残り 190 に 2 を合わせる
−	1	9	2	24×8＝192 を引く
			0	余り 0

192÷24 は、24×8＝192 から 8 です。十の位の 2 と一の位の 8 を合わせて、商は 28 になります。

$$672 \div 24 = 28 \qquad 24 \times 28 = 672$$

商を見積もるときは、24 をおよそ 20 と見てもかまいません。ただし、置いた商と 24 との積を確かめ、引けないほど大きい場合や、残りが 24 以上になる場合は直します。正確な積と余りの範囲で決めます。

問五　整数の割り算を練習する

筆算または数を分けた式を書き、整数の商と余りを求めてください。割り切れる場合は、答えに余り 0 を添えても、省いてもかまいません。

問五　計算・答え	
（1）168÷4 答え　＿＿＿＿＿＿	（2）145÷5 答え　＿＿＿＿＿＿
（3）624÷3 答え　＿＿＿＿＿＿	（4）708÷6 答え　＿＿＿＿＿＿
（5）552÷24 答え　＿＿＿＿＿＿	（6）735÷35 答え　＿＿＿＿＿＿
（7）804÷4 答え　＿＿＿＿＿＿	（8）527÷16 答え　＿＿＿＿＿＿

六　余りを場面へ戻す

整数の商と余りが求まっても、問いに答え終わったとは限りません。必要な数、作れる完全な組、残った量のどれを問われているかを確かめます。

例題八　完全な組の数と必要な袋数を区別する

カード 23 枚について、① 5 枚ずつの完全な組はいくつできますか。②一袋に最大 5 枚入れて、全部を収めるには最低何袋必要ですか。

23÷5 の整数の商は 4、余りは 3 です。①は 5 枚ずつの組が 4 組できて、3 枚残ります。②は 4 袋に 20 枚を入れると 3 枚残るので、もう 1 袋必要です。したがって最低 5 袋です。最後の袋は 3 枚入りでかまいません。

余りを見ていつも 1 を足すわけではありません。20 枚なら 5 枚ずつ 4 袋で全部収まり、余分な袋は不要です。問いの条件と、余りが 0 かどうかで判断します。

問六　余りから必要な数を判断する

式と単位付きの答えを書いてください。（1）（4）は最低の台数を、（2）（3）は完全なまとまりの数と残りを求めます。

（1）29 人が、一台に最大 8 人乗れる車に乗ります。全員が乗るには最低何台必要ですか。

式　＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）カード 29 枚から 8 枚ずつの完全な組を作ります。何組できて、何枚残りますか。

式　＿＿＿＿＿＿　　完全な組　＿＿組　　残り　＿＿枚

（3）29m のひもから 8m のひもを切り出します。何本取れて、何 m 残りますか。切る際に失う長さはないものとします。

式　＿＿＿＿＿＿　　取れる本数　＿＿本　　残り　＿＿m

（4）24 人が、一台に最大 8 人乗れる車に乗ります。全員が乗るには最低何台必要ですか。

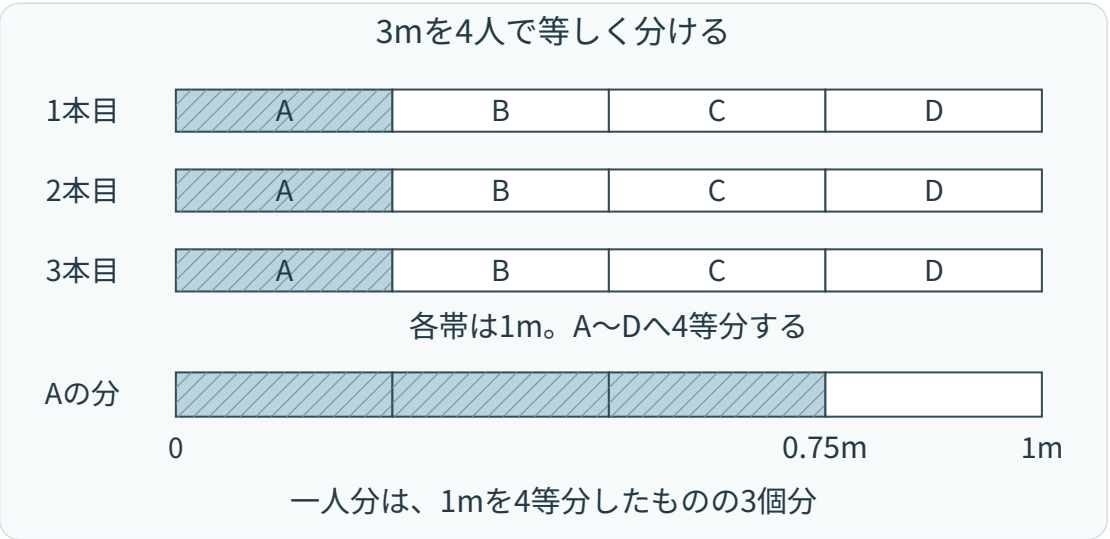
式　＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

七　分け切った商を分数で表す

紙の枚数や袋の数を整数で答える場面と違い、ひもの長さや水の体積は、さらに細かく分けられます。全体を残さず等しく分けると、一つ分が整数でなくても商を表せます。

例題九　3m を 4 人で分け切る

3m のひもを 4 人で等しく分けます。一人分の長さは何 m ですか。切る際に失う長さはないものとします。



図四　各人は 1m を 4 等分した一つ分を 3 個受け取ります。下の帯も、上と同じ縮尺です。

1m ずつの 3 本に分け、それぞれを 4 等分して一つずつ渡すと、一人は$\frac{1}{4}$m を 3 個受け取ります。したがって、一人分は$\frac{3}{4}$m です。第四章で確かめた小数の表し方なら 0.75m です。

$$3 \div 4 = \frac{3}{4} = 0.75$$

ここで分数の基準は 1m です。一人分は全体 3m の 4 分の 1 でもありますが、1m で測ると 4 分の 3 になります。全体と単位を区別して読みます。

整数を正の整数で割った商は、割られる数を分子、割る数を分母にした分数で表せます。分数は、等分した部分だけでなく、割り算の答えそのものを表す数でもあります。分母は 0 にしません。

$$5 \div 2 = \frac{5}{2} = 2.5$$

整数の商と正確な商を区別する

3÷4 を整数の商と余りで表すなら、商 0・余り 3 です。一方、残さず等しく分けた一つ分や正確な数を求めるなら、商は 4 分の 3 です。目的と答え方の違いであり、3÷4 を単に 0 とすることはできません。

問七　商を分数で読む

（1）2÷5 の商を分数で表してください。

分数で表した商　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）5L の水を 4 人に等しく分け切ります。一人分は何 L ですか。分数で表してください。

一人分　＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）7÷3 について、整数の商と余り、分数で表した正確な商を、それぞれ書いてください。

整数の商　＿＿　　余り　＿＿

分数で表した正確な商　＿＿＿＿

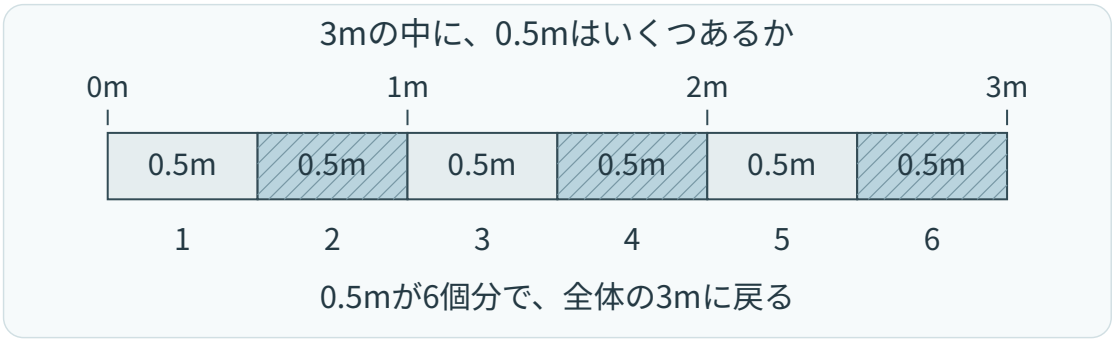
（4）「割り算の商を分数にすると、必ず 1 より小さくなる」という説明は正しいですか。反例を一つ示して説明してください。

八　小さな数で割る意味を考える

割る数も整数に限りません。「決まった量がいくつ含まれるか」という見方で、0.5m ずつに分ける場合を考えます。

例題十　半メートルずつの個数を求める

3m のひもから 0.5m のひもを切り出します。何本取れますか。切る際に失う長さはないものとします。



図五　0.5m は 1m の半分です。一つ分を小さくすると、含まれる個数は増えます。

1m に 0.5m が 2 個分あるので、3m には 6 個分あります。求めた 6 を使い、0.5m を 6 本つなぐと 3m に戻ることも確かめられます。

$$3 \div 0.5 = 6 \qquad 0.5 \times 6 = 3$$

cm に単位をそろえれば、3m は 300cm、0.5m は 50cm です。300÷50＝6 でも同じ本数になります。小数を整数に書き換える一般的な手順は第八章で学びます。ここでは、何本含まれるかという意味と、掛け算による検算を確かめます。

割れば必ず小さくなるわけではない

3÷0.5＝6 では、商は割られる数 3 より大きくなります。正の数を、1 より大きい数で割れば商は元より小さく、1 で割れば同じ、0 より大きく 1 より小さい数で割れば大きくなります。割る数を掛けて元へ戻す関係から考えられます。割られる数が 0 なら、正の数で割っても 0 です。

問八　単位と計算の意味を点検する

式と答え、または理由を示してください。ひもを切る際に失う長さはないものとします。

（1）2m のひもから 25cm のひもを切り出します。何本取れますか。1m＝100cm とします。

式　＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

問八（2）4m のひもから 0.5m のひもを切り出します。何本取れますか。掛け算でも確かめてください。

（3）カード 30 枚のうち 6 枚を保管し、残りを 4 人に等しく分けます。一人分は何枚ですか。

（4）「24÷6 と 6÷24 は、使う数が同じだから同じ答えになる」という説明は正しいですか。掛け算や分数で確かめてください。

到達確認

本文を見ずに取り組み、意味・操作・判断と検算を確かめます。整数の商と余りを問う箇所と、正確な商を問う箇所を読み分けてください。

確認一　一つ分といくつ分を区別する

（1）資料 28 枚を 4 人に等しく分けます。一人分は何枚ですか。

式　＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）資料 28 枚を 4 枚ずつにまとめます。何組できますか。

式　＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

確認一　(3)　(1)　(2) の 28÷4＝7 という式で、7 が表すものはどう違いますか。

確認二　計算して元の数に戻す

(1)　(2) は筆算または数を分けた式を書き、整数の商と余りを求めてください。

確認二　計算・答え

(1) 816÷4	(2) 589÷23
答え　＿＿＿＿＿＿	答え　＿＿＿＿＿＿

(3)　(2) の答えを、割る数×整数の商＋余りで検算し、余りの範囲も確かめてください。

確認三　条件に合わせて判断する

(1) 31 人が、一台に最大 6 人乗れる車に乗ります。全員が乗るには最低何台必要ですか。余りの扱いも説明してください。

確認三　(2) 2m のひもを 3 人で等しく分け切ります。一人分を分数と単位で表してください。切る際に失う長さはないものとします。

一人分　＿＿＿＿＿＿＿＿

(3)「0÷8 も 8÷0 も 0 である」という説明は正しいですか。それぞれを掛け算に戻して理由を説明してください。

この章から次へ

割り算では、何を一つ分として、何を求めているかを読みます。整数の商と余り、分数で表す正確な商も、同じ数量の関係を異なる目的で表しています。元の数へ戻る掛け算と、単位や余りの範囲の点検が、自分で確かめる手掛かりになります。

次の第八章では小数の計算を扱います。位をそろえる加減や、一つ分を変えて考える乗除が、なぜ成り立つのかを確かめます。今回の 0.5m ずつの分け方も、単位をそろえた割り算として再び考えます。

第七章　解答と考え方

短い商はまとめて示しています。元の場面と条件に合う別の式や図も認められます。整数の商と余りを求める問いでは、余りの範囲まで確かめます。分数で答える問いは、等しい分数でもかまいません。

問一　一つ分かいくつ分かを読む

正答　（1）20÷5＝4、4枚　（2）20÷5＝4、4袋。
（3）24÷6＝4、4台。　（4）36÷6＝6、6m

考え方　（1）は分ける人数から一人分の枚数を求め、（2）は一袋5枚がいくつあるかを求めます。（3）は一台6人の車の台数、（4）は6本に分けた一本の長さです。式の数値だけでなく、求めた量と単位を対応させます。

← **戻り先：**第一節・例題一・図一

問二　掛け算から商を求める

正答　（1）4　（2）7　（3）7　（4）8
（5）9　（6）8　（7）9　（8）9
（9）10　（10）40　（11）12　（12）9

考え方　例えば（3）は8×7＝56、（10）は3×40＝120、（11）は5×12＝60です。割る数に商を掛けて、割られる数へ戻ることを確かめます。九九が必要なら第六章第三節の表も使えます。

← **戻り先：**第二節・例題二・図二

問三　0と1の割り算を点検する

正答　（1）0　（2）9　（3）1
（4）（5）は、どちらも答えを定義できません。

考え方　（1）は7×0＝0、（2）は1×9＝9、（3）は9×1＝9から確かめられます。（4）は0×□＝7となる数がありません。（5）は0×□＝0にどの数も当てはまり、一つに決まりません。理由は異なりますが、どちらも0を割る数にはできません。

← **戻り先：**第三節・例題三

問四　整数の商と余りを求める

正答　（1）商 3、余り 2　（2）商 7、余り 1
（3）商 5、余り 2　（4）商 4、余り 0
（5）商 0、余り 3　（6）商 0、余り 0
（7）正しくありません。正しくは商 7、余り 1 です。

考え方　（1）は 5×3＋2＝17、（2）は 4×7＋1＝29、（3）は 6×5＋2＝32 です。（4）は 5×4＝20 で割り切れます。（5）は 3 の中に 7 のまとまりが一つもないので、整数の商 0・余り 3 です。（6）は 4×0＋0＝0 です。

理由の確認　（7）等式 4×6＋5＝29 だけでは、余りの条件を満たしません。5 は割る数 4 以上なので、もう一組作れます。4×7＋1＝29 となり、余り 1 は 0 以上 4 未満です。

←　**戻り先：**第四節・例題四・図三

問五　整数の割り算を練習する

正答　（1）42　（2）29　（3）208　（4）118
（5）23　（6）21　（7）201
（8）整数の商 32、余り 15

考え方　（1）は 4×42＝168、（2）は 5×29＝145 です。（3）は百の位で 6÷3＝2 です。十の位の 2÷3 は整数の商 0 なので 0 を書き、一の位の 4 と合わせた 24 を 3 で割って 8 とします。商 208 は 3×208＝624 で確かめられます。

（4）は 708＝600＋108 と分ければ、600÷6＝100、108÷6＝18 から 118 です。6×118＝708 に戻ります。（5）は 24×20＝480、24×3＝72、合わせて 552 です。（6）は 35×20＝700 と 35×1＝35 を合わせた 735 です。

（7）は 8 個の百を 4 で分けて 2 個の百、十の位は 0、一の位は 4÷4＝1 です。商の 0 を省かず 201 とします。（8）は 16×32＝512、527−512＝15 です。16×32＋15＝527、0≦15＜16 をどちらも確かめます。

←　**戻り先：**第五節・例題五・例題六・例題七

問六　余りから必要な数を判断する

正答　（1）最低 4 台。　（2）3 組、残り 5 枚
（3）3 本、残り 5m　（4）最低 3 台。

考え方　（1）〜（3）は 29÷8 の整数の商 3、余り 5 を使います。（1）は 3 台だと 24 人までなので、残り 5 人のためにもう 1 台必要です。（2）（3）は完全な 8 枚・8m のまとまりを数えるため 3 組・3 本です。（4）は 24÷8＝3 で余り 0 なので、1 台を追加しません。

←　**戻り先：**第六節・例題八・第四節

問七　商を分数で読む

正答　（1）$\frac{2}{5}$。　（2）$\frac{5}{4}$L

（3）整数の商 2、余り 1。正確な商は$\frac{7}{3}$。

（4）正しくありません。

考え方　（1）（2）は、割られる数を分子、割る数を分母にします。（2）は一人分 1.25L と等しい量ですが、問いに合わせて分数で答えます。（3）は 3×2+1=7 で整数の商と余りを確かめます。分け切る商は 7 を 3 で割った数、3 分の 7 です。

（4）反例：5÷2 の商は$\frac{5}{2}$=2.5 で、1 より大きい数です。割られる数が割る数より大きければ、1 個分を超えることがあります。一つの反例で「必ず 1 より小さい」という説明は成り立たないと分かります。

←　**戻り先：**第七節・例題九・図四

問八　単位と計算の意味を点検する

正答　（1）200÷25=8、8 本
（2）4÷0.5=8、8 本　（3）6 枚
（4）正しくありません。

考え方　（1）は 2m=200cm とし、25cm ずつの本数を求めます。（2）は 1m に 0.5m が 2 本分あるので 4m に 8 本分です。0.5×8=4 で検算できます。（3）は先に 30−6=24 として配る枚数を求め、24÷4=6 です。

理由の確認　（4）24÷6=4 ですが、6÷24=$\frac{6}{24}$=$\frac{1}{4}$です。二つの商は異なります。6×4=24 に対し、24×$\frac{1}{4}$=6 です。使う数が同じでも、割る数と割られる数を交換した式は同じ商とは限りません。

←　**戻り先：**第一節・第二節・第七節・第八節・例題十・図五

到達確認の解答

確認一　一つ分といくつ分を区別する

正答　（1）28÷4＝7、7枚　　（2）28÷4＝7、7組。
（3）一つ目の7は一人分の枚数、二つ目の7は4枚ずつの組の数です。

考え方　分ける人数4人から求めた一つ分と、一組4枚から求めた組の数を区別します。どちらも28枚の全体に戻せます。

← **戻り先：**第一節・図一

確認二　計算して元の数に戻す

正答　（1）204、余り0　　（2）25、余り14
（3）23×25＋14＝589。余りは0≦14＜23です。

考え方　（1）は800÷4＝200、16÷4＝4から204です。十の位の0を省きません。（2）は23×20＝460、残り129から23×5＝115を引いて14です。整数の商は25です。（3）は元の589に戻ることと、余りが割る数23未満であることを確かめます。

← **戻り先：**第四節・第五節・例題六・例題七

確認三　条件に合わせて判断する

正答　（1）最低6台。　　（2）$\frac{2}{3}$m
（3）正しくありません。0÷8＝0ですが、8÷0の答えは定義しません。

考え方　（1）31÷6の整数の商は5、余り1です。5台では30人までなので、残り1人のためにもう1台必要です。（2）は1mを3等分した一つ分を、一人が2個受け取ると考えられます。

理由の確認　（3）0÷8は8×0＝0から商0と決まります。8÷0では0×□＝8となる数がないので、答えを定義しません。割られる数が0であることと、割る数が0であることを区別します。

← **戻り先：**第三節・第六節・第七節・例題三・例題八・例題九

大人のための算数・数学
第一冊　数と計算の根本
第二部　計算の意味を理解する

第八章

小数の計算はなぜできるか

小数の足し算では小数点をそろえ、掛け算では積の小数点の位置を決め直します。違う手順に見えても、どちらも位が表す大きさに根拠があります。一つ分の大きさを確かめ、整数の計算とつなぎ直しましょう。

使う知識　単位・位取り（第一・二章）、分数と小数の表し方（第三・四章）、整数の四則と筆算（第五〜七章）。必要な筆算は例題で確認できます。

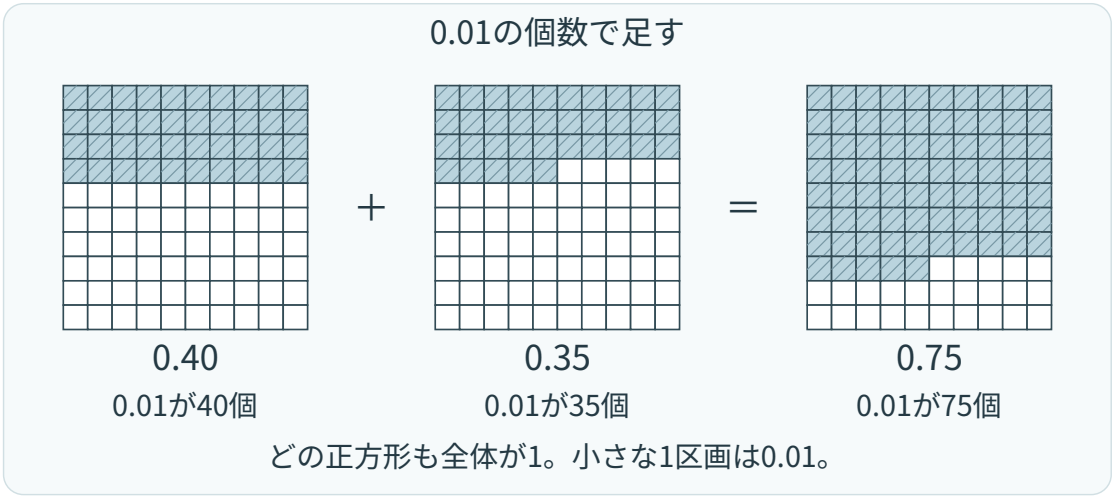
進み方　加減は問二・三、乗法は問四・五、除法は問六・七へ。到達確認から取り組み、解説の戻り先で読み直してもかまいません。

一　小数の足し算は何をそろえるか

0.4 と 0.35 を足すとき、4 と 35 をそのまま足すことはできません。4 は 0.1 の個数、35 は 0.01 の個数です。同じ大きさの単位で数え直してから合わせます。

例題一　同じ単位の個数で足す

0.4＋0.35 を計算してください。



図一　0.4 を 0.40 と読み替えると、どちらも 0.01 の個数で比べたり足したりできます。

0.4 は 0.01 が 40 個、0.35 は 0.01 が 35 個です。合わせると 75 個になるので、答えは 0.75 です。0.40 と書いても、0.4 の値は変わりません。

$$0.4+0.35=0.40+0.35=0.75$$

例題二　位をそろえて繰り上げる

3.7＋0.86 を筆算で計算してください。

3.7 を 3.70 として、一の位、0.1 の位、0.01 の位をそれぞれそろえます。0.01 の個数は 0＋6 で 6 個。0.1 の個数は 7＋8 で 15 個なので、10 個分を一の位の 1 に組み替えます。

操作	十	一	点	0.1	0.01	位の読み方
		1				繰り上がる一の位の 1
		3	.	7	0	3.7＝3.70
＋		0	.	8	6	同じ位の数字をそろえる
＝		4	.	5	6	答えの小数点も同じ列

一の位は 3＋0 に繰り上がりの 1 を加えて 4 です。小数点は一の位と 0.1 の位の間に置き、答えは 4.56 となります。4 より少し大きいという見通しとも合います。

$$3.7 + 0.86 = 4.56$$

そろえるのは右端ではなく、同じ位

小数の加減では、小数点を縦にそろえると同じ位がそろいます。桁数が違う場合も、最後の数字を機械的にそろえません。必要なら末尾に 0 を補い、同じ位の単位の個数を計算します。

問一　単位の個数で読み直す

（1）0.6 は、0.01 が何個集まった数ですか。

0.01 の個数　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）0.01 を 75 個集めた数はいくつですか。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）「0.4＋0.35＝0.39」とする答えは正しいですか。0.4 が表す大きさに戻り、正しい答えと理由を示してください。

問二　小数の足し算を確かめる

筆算または数を分けた式を書いて計算してください。答えの小数の末尾にある不要な 0 は省いてかまいません。

問二　計算・答え	
（1）2.6＋0.48 答え　＿＿＿＿＿＿	（2）0.37＋0.8 答え　＿＿＿＿＿＿
（3）5.08＋1.7 答え　＿＿＿＿＿＿	（4）0.006＋0.09 答え　＿＿＿＿＿＿

二　引き算で位のまとまりを組み替える



引き算でも、同じ位をそろえます。その位だけでは引けないときは、左の位の 1 個分を、右の位の 10 個分へ組み替えます。数全体の大きさは変えません。

例題三　小数部分まで繰り下げる

4.2−1.75 を筆算で計算してください。

4.2 を 4.20 とします。0.01 の個数 0 から 5 は引けないので、0.1 の 2 個のうち 1 個を 0.01 の 10 個に組み替えます。さらに、残った 0.1 の 1 個から 7 個を引くため、一の位の 1 個を 0.1 の 10 個に組み替えます。

操作	十	一	点	0.1	0.01	位の読み方
		3		11	10	組み替え後の各位の個数
		4	.	2	0	4.2＝4.20
−		1	.	7	5	0.01 の単位までそろえる
＝		2	.	4	5	4.20−1.75＝2.45

表の最上段は、組み替え後の個数を示すメモです。一の位が 3 個、0.1 の位が 11 個、0.01 の位が 10 個で、全体は 4.20 のままです。10−5＝5、11−7＝4、3−1＝2 と計算し、2.45 になります。

$$4.2 - 1.75 = 2.45 \qquad 2.45 + 1.75 = 4.20$$

答えに引いた数を足して、元の数に戻るか確かめられます。5 から 0.48 を引くような場合も、5.00 と書けば、位を組み替えて同じ手順を使えます。

問三　小数の引き算を確かめる

筆算または数を分けた式を書いて計算してください。答えの小数の末尾にある不要な 0 は省いてかまいません。

問三　計算・答え

（1）4.3−1.58

答え　＿＿＿＿＿＿

（2）5−0.48

答え　＿＿＿＿＿＿

問三　計算・答え

（3）2.04−0.7 答え　＿＿＿＿＿＿	（4）0.6−0.275 答え　＿＿＿＿＿＿

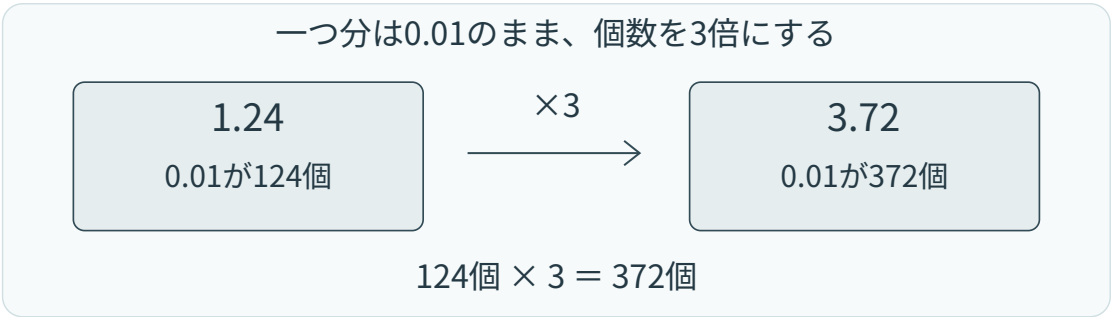
三　整数を掛けると一つ分はどうなるか

□□□

小数に整数を掛けるときは、同じ大きさの単位の個数を整数倍できます。整数の掛け算で求めた数が、何の個数なのかを最後まで保って読みます。

例題四　0.01 の個数を 3 倍にする

1.24×3 を計算してください。



図二　0.01 を一つ分とする個数が、124 個から 372 個へ 3 倍になる関係です。

1.24 は 0.01 が 124 個集まった数です。その 3 倍は、124×3＝372 個。求めた 372 は 0.01 の個数なので、数としては 3.72 です。

$$1.24 \times 3 = 3.72$$

整数の筆算で 124×3 を求めてから、0.01 の 372 個分と読み直しても計算できます。1.24 をおよそ 1.2 と見れば、積はおよそ 3.6 です。3.72 は、その見積もりと近い大きさです。

問四　小数に整数を掛ける

筆算または数を分けた式を書いて計算してください。答えの小数の末尾にある不要な0は省いてかまいません。

問四　計算・答え	
（1）1.2×4 答え　＿＿＿＿＿＿	（2）0.35×6 答え　＿＿＿＿＿＿
（3）2.08×5 答え　＿＿＿＿＿＿	（4）0.006×3 答え　＿＿＿＿＿＿

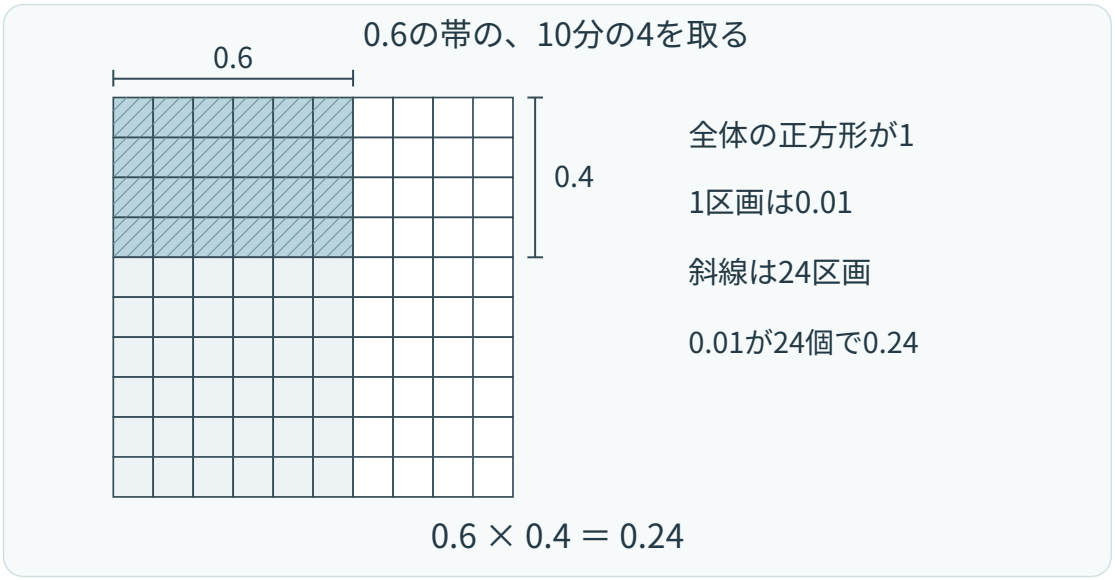
四　小数どうしの積を組み立てる



第六章で、掛け算を倍として捉えました。0.4倍は10分の4にすることです。繰り返し足す回数に限らず、元の大きさを何倍するかとして考えます。

例題五　0.6 の 0.4 倍を図で読む

0.6×0.4 を計算してください。



図三　0.6 の帯を横向きに 10 等分し、その 4 つ分を取ります。斜線の 1 区画は、全体 1 の 100 分の 1 です。

左 6 列が 0.6 の帯です。この帯を 10 等分した一つ分は 6 区画で、その 4 つ分は 24 区画。1 区画は 0.01 なので、答えは 0.24 です。0.6 より小さくなることも図から確かめられます。

$$0.1 \times 0.1 = 0.01 \qquad 0.6 \times 0.4 = 0.24$$

0.1 の 10 分の 1 は 0.01 です。したがって、0.1 の 6 個分と 0.1 の 4 個分を掛けた積は、0.01 の 24 個分と読めます。掛ける二数の単位が、積の単位を決めます。

例題六　整数の積から小数点の位置を決める

2.4×1.3 を計算してください。

まず、2.4 と 1.3 をそれぞれ 10 倍した 24 と 13 で計算します。整数の筆算では右端の位をそろえ、24×3 と 24×10 を合わせます。

操作	百	十	一	整数の計算の意味
		2	4	まず 24×13 を計算する
×		1	3	
		7	2	24×3＝72
＋	2	4	0	24×10＝240
＝	3	1	2	72＋240＝312

二数をそれぞれ 10 倍すると、積は 10×10 の 100 倍になります。312 は求める積の 100 倍なので、100 で割った 3.12 が答えです。

$$24 \times 13 = 312 \qquad 312 \div 100 = 3.12$$

$$2.4 \times 1.3 = 3.12$$

0.1 が 24 個の数と、0.1 が 13 個の数の積は、0.01 が 312 個の数と考えても同じです。加法のように小数点を縦にそろえる手順とは、理由が異なります。

積の小数の桁数を決める手順

有限小数では、小数点を除いて整数として掛けた後、二数の小数点以下の桁数の合計だけ、積の右端から数えて小数点を置きます。一方を 10 倍、100 倍などにした分と、他方を同様にした分が、積では掛け合わされるためです。小数点を置いてから、末尾の不要な 0 を省きます。

例えば 0.12×0.03 では、12×3＝36 ですが、二数をそれぞれ 100 倍しているので、積は 10000 で割り戻します。小数点以下を 4 桁にするため、36 の前に 0 を補います。

$$0.12 \times 0.03 = 0.0036$$

掛ける数が正で 1 より小さい場合、正の元の数は小さくなります。答えが 0.12 より小さいかも、桁を点検する手掛かりになります。

問五　小数どうしを掛ける

筆算または数を分けた式を書いて計算してください。答えの小数の末尾にある不要な0は省いてかまいません。

問五　計算・答え	
（1）0.6×0.4 答え　＿＿＿＿＿＿	（2）1.6×0.7 答え　＿＿＿＿＿＿
（3）0.24×0.6 答え　＿＿＿＿＿＿	（4）3.05×0.2 答え　＿＿＿＿＿＿
（5）0.12×0.03 答え　＿＿＿＿＿＿	（6）2.5×0.4 答え　＿＿＿＿＿＿

五　整数で割り切るまで進める



小数を整数で割るときも、整数の筆算と同じように上の位から分けます。残った単位を一つ下の位へ組み替えれば、小数部分へ続けられます。

例題七　残りを 0.01 の個数に組み替える

5.4÷4 を、割り切れるまで計算してください。

5 個の一を 4 で分けると、一つ分に 1 個ずつ、残りは 1 個です。残り 1 と 0.4 を合わせた 1.4 は、0.1 が 14 個。これを 4 で分けると、一つ分に 0.1 が 3 個ずつ、0.1 が 2 個残ります。

操作	十	一	点	0.1	0.01	位の読み方
		1	.	3	5	商 1.35
4		5	.	4	0	5.4＝5.40
−		4				4×1＝4 を引く
		1	.	4		残り 1 と 0.4 を合わせる
−		1	.	2		4×0.3＝1.2 を引く
		0	.	2	0	0.2 を 0.01 の 20 個に
−		0	.	2	0	4×0.05＝0.20 を引く
		0	.	0	0	余り 0 で割り切れる

残り 0.2 を 0.20 と書くと、0.01 が 20 個です。20 個を 4 で分ければ、一つ分に 5 個ずつです。1＋0.3＋0.05 を合わせ、商は 1.35 になります。末尾に 0 を補っても、割られる数 5.4 の値は変わりません。

$$5.4 \div 4 = 1.35 \qquad 1.35 \times 4 = 5.4$$

割る数が整数なら、商の小数点は割られる数の小数点の真上に置きます。ある位の一つ分が 0 個なら、商にも 0 を書き、その位を飛ばさず下の位へ進みます。例えば 0.42÷7 の商は 0.06 です。

問六　整数で割って小数部分へ進む

筆算または数を分けた式を書いて計算してください。答えの小数の末尾にある不要な0は省いてかまいません。

問六　計算・答え	
(1) 8.4÷4 答え　＿＿＿＿＿＿	(2) 7.5÷6 答え　＿＿＿＿＿＿
(3) 0.42÷7 答え　＿＿＿＿＿＿	(4) 1÷8 答え　＿＿＿＿＿＿

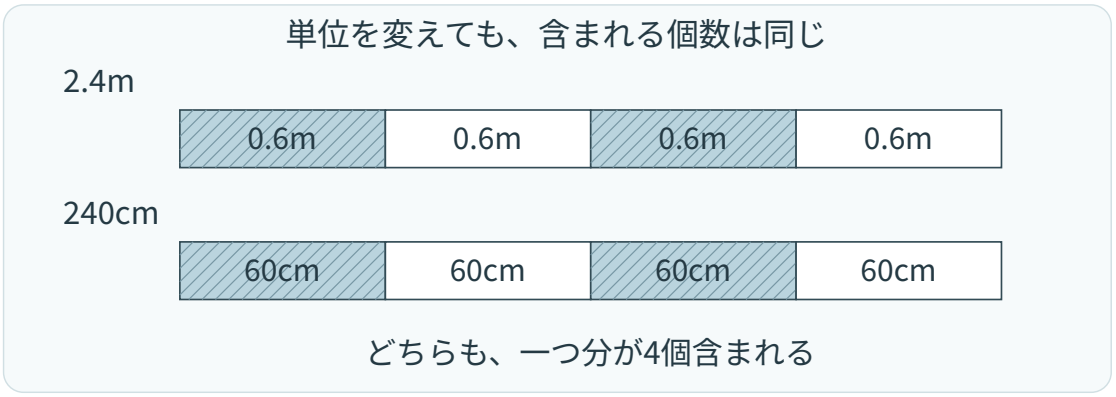
六　小数で割る計算を整数で割る形へ直す



割る数が小数の場合は、割る数と割られる数を同じ倍にして考えます。まず、単位を変えても「いくつ含まれるか」が変わらない場面を見ましょう。

例題八　二つの量を同じ単位で読み替える

2.4m のひもから 0.6m のひもを切り出します。何本取れますか。切る際に失う長さはないものとします。



図四　2.4m と 0.6m を、240cm と 60cm に読み替えています。二つの数値はどちらも 100 倍ですが、同じ本数を数えています。

0.6m が 4 本分で 2.4m になるので、答えは 4 本です。cm へ直しても、240÷60＝4 で同じ本数になります。

$$2.4 \div 0.6 = 24 \div 6 = 240 \div 60 = 4$$

数だけの計算でも、割る数が 0 でなければ、二数を同じ 10 倍、100 倍などにしても商は変わりません。元の「割る数×商＝割られる数」の両側を同じ倍にすると、「同じ倍にした割る数×商＝同じ倍にした割られる数」になるからです。

例題九　割る数を整数にする

3.36÷1.2 を計算してください。

割る数 1.2 を 10 倍して 12 にするため、割られる数 3.36 も 10 倍して 33.6 にします。33.6÷12 を、前の節と同じように計算します。割られる数まで整数にする必要はありません。

操作	十	一	点	0.1	0.01	位の読み方
		2	.	8		商 2.8
12	3	3	.	6		変換後の割られる数 33.6
−	2	4				12×2＝24 を引く
		9	.	6		残り 9 と 0.6 を合わせる
−		9	.	6		12×0.8＝9.6 を引く
		0	.	0		余り 0 で割り切れる

$$3.36 \div 1.2 = 33.6 \div 12 = 2.8$$

変換後の割られる数 33.6 の小数点に、商の小数点をそろえます。元の 3.36 の位置を使うと、商の位を取り違えます。求めた商に元の割る数を掛けると、元の数に戻ります。

$$1.2 \times 2.8 = 3.36$$

二数を同じ倍にする

小数で割るときは、割る数の小数点以下の桁数に合わせ、二数を同じ 10 倍、100 倍、1000 倍などにします。例えば 0.48÷0.06 では二数を 100 倍し、48÷6 にします。割る数だけを変えると商は変わります。割る数が 0 の場合には、この手順を使いません。

問七　小数で割る計算を確かめる

筆算または数を分けた式を書いて計算してください。答えの小数の末尾にある不要な0は省いてかまいません。

問七　計算・答え	
（1）3.6÷0.9 答え　＿＿＿＿＿＿	（2）4.32÷1.8 答え　＿＿＿＿＿＿
（3）0.48÷0.06 答え　＿＿＿＿＿＿	（4）0.072÷0.8 答え　＿＿＿＿＿＿
（5）2.4÷0.16 答え　＿＿＿＿＿＿	（6）0.6÷0.25 答え　＿＿＿＿＿＿

七　正確な商と近似と余りを区別する



割り算には、小数で表すと割り切れないものがあります。また、長さなどを完全なまとまりに分けた残りを求める場合もあります。問いが求める答えの形を確かめます。

例題十　割り切れない商を丸める

5÷6 の正確な商を分数で表してください。また、小数第 2 位までの近似値を四捨五入で求めてください。

正確な商は 6 分の 5 です。筆算を続けると、0.8333…と 3 が終わりなく続きます。0.83 で止めた数は、正確な商と同じ値ではありません。

$$5 \div 6 = \frac{5}{6}$$

小数第 2 位、つまり 0.01 の位まで四捨五入するときは、その一つ下の小数第 3 位を見ます。ここでは 3 なので切り捨て、近似値は 0.83 です。「およそ等しい」を表す記号≈を使うと、次のように書けます。

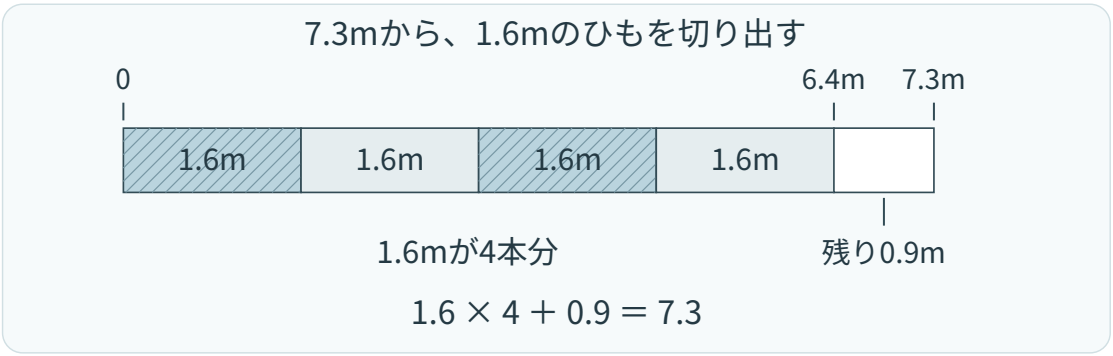
$$5 \div 6 \approx 0.83$$

四捨五入でどの位を見るか

本章では 0 以上の数を扱います。求める位の一つ下の数字が 0〜4 なら切り捨て、5〜9 なら求める位を 1 増やします。例えば 2.46 を小数第 1 位まで四捨五入すると、小数第 2 位が 6 なので 2.5 です。計算の途中では、必要もなく丸めずに進めます。

例題十一　余りを元の単位で読む

7.3m のひもから 1.6m のひもを切り出します。完全な 1.6m のひもは何本取れ、何 m 残りますか。切る際に失う長さはないものとします。



図五　全長と各部分を同じ縮尺で描いています。残り 0.9m は、もう一本の 1.6m には足りません。

7.3÷1.6 を 73÷16 に直すと、整数の商は 4、余りは 9 です。ただし、73 と 16 は元の長さを 0.1m の個数で読んだ数です。余り 9 も 0.1m が 9 個なので、元の長さでは 0.9m となります。

答えは 4 本、残り 0.9m です。元の数値で「一つ分×完全なまとまりの数＋余り」を計算し、全長に戻るか確かめます。

$$1.6 \times 4 + 0.9 = 7.3$$

余りは 0 以上で、一つ分 1.6 より小さくなければなりません。0.9 はこの条件を満たします。小数点を移して求めた整数の余りを、そのまま元の量の数値にしないようにします。

問八　丸め方と余りを判断する

（1）1÷3 の商を、小数第 2 位まで四捨五入した近似値で答えてください。

近似値　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）2.46 を、小数第 1 位まで四捨五入してください。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）5.8m のひもから 0.7m のひもを切り出します。完全なひもは何本取れ、何 m 残りますか。切る際に失う長さはないものとします。

取れる本数　＿＿本　　残り　＿＿m

確かめる式　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

（4）「1÷3＝0.33」は、正確な値を表す等式ですか。掛け算で確かめ、理由を説明してください。

八　場面に合う計算を選んで確かめる

小数点の操作を始める前に、何を求めるかを読みます。二つの長さを合わせるのか、何倍かにするのか、一つ分や個数を求めるのかで、使う演算が決まります。計算後は単位と結果の大きさも確認しましょう。

問九　数量と式を結び直す

（1）〜（4）は、式と単位付きの答えを書いてください。ひもを切る際に失う長さはないものとします。

（1）1.25m のひもと 0.8m のひもを、重ならないようにつなぎます。全長は何 m ですか。

式　＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

問九（2）0.8m のひもがあります。その 1.5 倍の長さは何 m ですか。

式　＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）2.4m のひもを 8 等分します。一本分は何 m ですか。

式　＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（4）2.4m のひもから 0.3m のひもを切り出します。何本取れますか。

式　＿＿＿＿＿＿＿＿　　答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

問九（5）ある人は、2.5÷0.5 の割る数だけを 10 倍し、2.5÷5＝0.5 と答えました。どこを直せばよいですか。正しい商と、掛け算による検算も示してください。

（6）「0÷0.7 も 0.7÷0 も 0 である」という説明は正しいですか。割る数に商を掛けて元へ戻す関係から説明してください。

到達確認

本文を見ずに取り組み、意味・操作・判断と検算を確かめます。正確な値か、近似値か、完全なまとまりの数と余りかを読み分けてください。

確認一　位の単位と倍率を説明する

（1）0.4 と 0.06 は、それぞれ 0.01 が何個分ですか。また、その和はいくつですか。

0.4 は＿＿個分　　0.06 は＿＿個分

和　＿＿＿＿＿＿＿＿

確認一　（2）0.3×0.2 は、0.01 の何個分ですか。積も書いてください。

（3）0.48÷0.06 を、商を変えずに整数の割り算へ直してください。二数を何倍したかと、商も示してください。

確認二　計算して逆算で点検する

（1）（2）は、筆算または数を分けた式を書いてください。

確認二　計算・答え

（1）6−0.85	（2）1.25×0.24
答え　＿＿＿＿＿＿＿＿	答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

確認二　(3) 4.5÷1.2 を計算し、掛け算で検算してください。

確認三　答えの形と大きさを判断する

(1) 4.6m のひもから 0.8m のひもを切り出します。完全なひもは何本取れ、何 m 残りますか。元の数値に戻す式でも確かめてください。切る際に失う長さはないものとします。

(2) 2÷3 の商を、小数第 2 位まで四捨五入し、≈を使った式で示してください。

確認三　(3)「0.12×0.3＝0.36」という答えを直してください。正しい積と、掛ける数が 0 より大きく 1 より小さいことを使った点検を示してください。

この章から次へ

加減では同じ位の個数を、乗除では単位と倍率を確かめ、整数の計算へつなぎます。答えは大きさ・逆算・単位・余りの範囲で点検できます。次の第九章では分数の足し算・引き算へ進み、異なる一つ分を同じ単位にそろえる考え方を再び使います。

第八章　解答と考え方

短い正答はまとめて示します。小数の末尾に 0 を添えた等しい答えも認められます。理由を問う箇所は、同じ関係を示す式・文章・図でもかまいません。近似値と余りの単位は、問いの指定に合わせます。

問一　単位の個数で読み直す

正答　（1）60 個　　（2）0.75
（3）正しくありません。正しくは 0.75 です。

考え方　（1）0.6＝0.60 なので、0.01 が 60 個です。（2）0.01 が 75 個なら 0.75 です。（3）0.4 を 0.01 が 4 個の数として扱ったところが誤りです。0.4 は 0.01 が 40 個なので、40＋35＝75 個、0.75 になります。

←　**戻り先：**第一節・例題一・図一

問二　小数の足し算を確かめる

正答　（1）3.08　　（2）1.17　　（3）6.78　　（4）0.096

考え方　（1）は 2.60＋0.48 とそろえます。0.1 の個数 6＋4＝10 を、一の位の 1 に繰り上げて 3.08 です。（2）は 0.37＋0.80 です。（3）は 5.08＋1.70 で、空いている位に 0 を補うとそろえやすくなります。（4）は 0.006＋0.090 なので 0.096 です。

←　**戻り先：**第一節・例題二

問三　小数の引き算を確かめる

正答　（1）2.72　　（2）4.52　　（3）1.34　　（4）0.325

考え方　（1）は 4.30−1.58 です。0.01 の位と 0.1 の位で組み替えます。（2）は 5.00−0.48 とし、一の位から小数部分へ組み替えます。（3）は 2.04−0.70 です。（4）は 0.600−0.275 とそろえます。

理由の確認　検算の例：（2）は 4.52＋0.48＝5.00、（4）は 0.325＋0.275＝0.600 となり、元へ戻ります。0 が続く位も、一つの位を 10 個の下の位へ組み替えることは同じです。

←　**戻り先：**第二節・例題三

問四　小数に整数を掛ける

正答　（1）4.8　（2）2.1　（3）10.4　（4）0.018

考え方　（1）は 0.1 の 12 個を 4 倍して 48 個です。（2）は 0.01 の 35 個を 6 倍して 210 個なので 2.10＝2.1 です。（3）は 208×5＝1040 から、0.01 が 1040 個で 10.40＝10.4 です。（4）は 0.001 の 6 個を 3 倍して 18 個、0.018 です。

←　戻り先：第三節・例題四・図二

問五　小数どうしを掛ける

正答　（1）0.24　（2）1.12　（3）0.144
（4）0.61　（5）0.0036　（6）1

考え方　（1）は 6×4＝24 から小数点以下を 2 桁にします。（2）は 16×7＝112 から 2 桁で 1.12。（3）は 24×6＝144 から 3 桁で 0.144 です。（4）は 305×2＝610 から 3 桁で 0.610 とし、末尾の 0 を省いて 0.61 です。

（5）は 12×3＝36 ですが、二数の小数点以下は合わせて 4 桁です。0 を補い 0.0036 とします。（6）は 25×4＝100 から 2 桁で 1.00、つまり 1 です。先に末尾の 0 を消してから小数点の位置を決めると、位を取り違えることがあります。

←　戻り先：第四節・例題五・例題六・図三

問六　整数で割って小数部分へ進む

正答　（1）2.1　（2）1.25　（3）0.06　（4）0.125

考え方　（1）は 84 個の 0.1 を 4 で分けて 21 個です。（2）は 7.50÷6 として、残りを 0.01 の単位へ組み替えます。（3）は 42 個の 0.01 を 7 で分けて 6 個なので 0.06 です。商の 0.1 の位の 0 を省きません。（4）は 1.000÷8 と続け、0.001 の位で割り切れます。

理由の確認　掛け算による検算：（2）1.25×6＝7.5、（3）0.06×7＝0.42、（4）0.125×8＝1 です。小数の末尾に 0 を補うのは、元の数を変えずに下の位へ進むためです。

←　戻り先：第五節・例題七

問七　小数で割る計算を確かめる

正答　（1）4　（2）2.4　（3）8
（4）0.09　（5）15　（6）2.4

考え方　（1）は 36÷9＝4。（2）は 43.2÷18＝2.4。（3）は 48÷6＝8 です。（4）は二数を 10 倍して 0.72÷8＝0.09 です。割られる数を整数にするため、さらに二数を同じ 100 倍にして 72÷800 と考えても商は変わりません。

問七（5）は二数を 100 倍して 240÷16＝15。（6）は 60÷25＝2.4 です。元の式で検算すると、0.16×15＝2.4、0.25×2.4＝0.6 になります。正の数を、0 より大きく 1 より小さい数で割ると、商は元の数より大きくなります。

← **戻り先：**第六節・例題八・例題九・図四

問八　丸め方と余りを判断する

正答　（1）0.33　（2）2.5
（3）8 本、残り 0.2m　（4）正確な値を表す等式ではありません。

考え方　（1）1÷3 は 0.333…と続きます。小数第 3 位が 3 なので、小数第 2 位までの近似値は 0.33 です。（2）は小数第 2 位が 6 なので、0.1 の位を一つ上げます。（3）は 58÷7 の整数の商 8、余り 2 を使います。2 は 0.1m の 2 個分なので 0.2m です。

理由の確認　（3）の検算は 0.7×8＋0.2＝5.8 で、0≦0.2＜0.7 です。余りの数値を 2m とすると、全長に戻らず、一つ分 0.7m よりも大きくなります。

（4）は 0.33×3＝0.99 で、1 には戻りません。正確な商は$\frac{1}{3}$です。0.33 は近似値なので、1÷3≈0.33 と示せます。

← **戻り先：**第七節・例題十・例題十一・図五

問九　数量と式を結び直す

正答　（1）1.25＋0.8＝2.05、2.05m
（2）0.8×1.5＝1.2、1.2m
（3）2.4÷8＝0.3、0.3m
（4）2.4÷0.3＝8、8 本
（5）割る数と割られる数を、両方 10 倍にします。正しい商は 5 です。
（6）正しくありません。0÷0.7＝0 ですが、0.7÷0 の答えは定義しません。

考え方　（1）は二つの長さの和、（2）は元の長さの 1.5 倍です。（3）は 8 等分した一つ分の長さ、（4）は 0.3m が含まれる本数です。同じ 2.4 を使う割り算でも、答えの意味と単位が異なります。

理由の確認　（5）元の 2.5 と 0.5 をともに 10 倍し、25÷5＝5 です。0.5×5＝2.5 に戻ります。割る数だけを 10 倍すると、同じ商を求める式にはなりません。

（6）0÷0.7 は 0.7×0＝0 から商 0 と決まります。0.7÷0 では、0×□＝0.7 となる数がありません。割られる数が 0 か、割る数が 0 かを区別します。

← **戻り先：**第一節・第四節・第五節・第六節・第八節・問七

到達確認の解答

確認一　位の単位と倍率を説明する

正答　（1）0.4 は 40 個分、0.06 は 6 個分。和は 0.46
（2）0.01 の 6 個分。積は 0.06
（3）48÷6＝8。二数をともに 100 倍。商は 8

考え方　（1）は同じ 0.01 の個数 40＋6＝46 です。（2）は 0.1 の 3 個分と 0.1 の 2 個分の積なので、0.01 が 3×2＝6 個です。（3）は割る数 0.06 を整数 6 にするため、割られる数 0.48 も同じ 100 倍にします。

←　**戻り先：**第一節・第四節・第六節・図一・図三・図四

確認二　計算して逆算で点検する

正答　（1）5.15　（2）0.3
（3）3.75。検算は 1.2×3.75＝4.5

考え方　（1）は 6.00−0.85 とそろえます。（2）は 125×24＝3000 から、小数点以下を 4 桁にした 0.3000、つまり 0.3 です。（3）は 45÷12 と直し、45.00 まで続けると 3.75 になります。元の割る数 1.2 を掛けて 4.5 へ戻ることを確かめます。

←　**戻り先：**第二節・第四節・第五節・第六節・例題三・例題六・例題九

確認三　答えの形と大きさを判断する

正答　（1）5 本、残り 0.6m。検算は 0.8×5＋0.6＝4.6
（2）2÷3≈0.67
（3）正しくは 0.036。0.3 は 0 より大きく 1 より小さいので、積は 0.12 より小さくなります。

考え方　（1）は 46÷8 の整数の商 5、余り 6 です。余りは 0.1m の 6 個分で 0.6m。0≦0.6＜0.8 も確かめます。（2）は 0.666…と続き、小数第 3 位が 6 なので、小数第 2 位を一つ上げて 0.67 です。

理由の確認　（3）は 12×3＝36 から、小数点以下を 2 桁＋1 桁の 3 桁にして 0.036 です。0.036 は 0.12 より小さいので、0.3 倍の意味と合います。0.36 は 0.12 より大きいため、大きさの点検でも誤りに気づけます。

←　**戻り先：**第四節・第七節・例題六・例題十・例題十一・図五

大人のための算数・数学
第一冊　数と計算の根本
第二部　計算の意味を理解する

第九章

分数の足し算・引き算

小数の加減では、0.1 や 0.01 などの同じ単位をそろえました。分数の加減でも、何を一つ分として数えているかを確かめます。分母をそろえる理由を図から読み、整数や帯分数を含む計算へ進みましょう。

使う知識　分数の意味・仮分数と帯分数（第三章）、約分・通分・公倍数（第四章）、加減の意味（第五章）、小数の加減（第八章）。約分と通分は本文でも短く確認します。

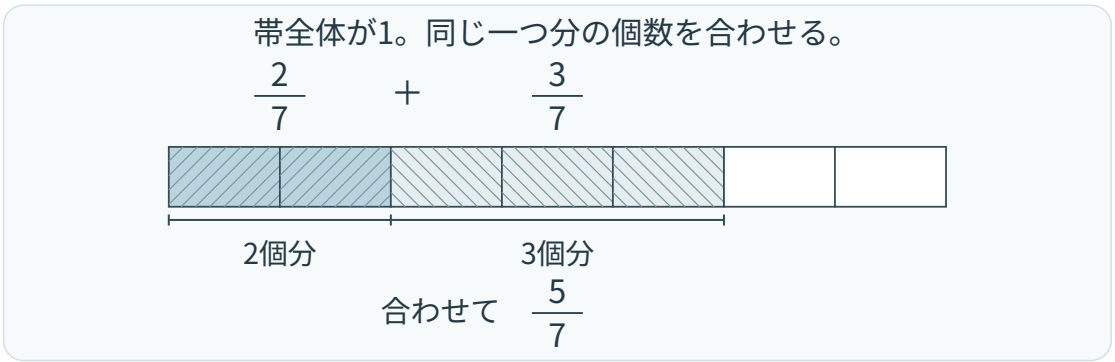
進み方　同分母は問二、異分母は問三、帯分数は問六・七へ。到達確認から始め、解説の戻り先を使ってもかまいません。この章の引き算は、答えが 0 以上になる範囲で扱います。

一　分母が同じ分数を足す引く

分母は、一つ分の大きさを決めています。分母が同じなら、同じ大きさの一つ分の個数を、そのまま合わせたり取り去ったりできます。

例題一　同じ一つ分を合わせる

$\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ を計算してください。



図一　分け方は七等分のままです。二つの数に対応する部分を、模様の向きで区別しています。

$\frac{2}{7}$ は $\frac{1}{7}$ が 2 個分、$\frac{3}{7}$ は $\frac{1}{7}$ が 3 個分です。合わせると $2 + 3 = 5$ 個分なので、答えは $\frac{5}{7}$ です。一つ分の大きさ $\frac{1}{7}$ は変わりません。

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$$

例題二　同じ一つ分を取り去る

$\frac{5}{6} - \frac{1}{6}$ を計算してください。

$\frac{1}{6}$ の 5 個分から 1 個分を引くと、4 個分が残ります。$\frac{4}{6}$ は、分子と分母をともに 2 で割ると $\frac{2}{3}$ です。約分しても、表している数は変わりません。

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

引く前の数へ戻るかは、$\frac{4}{6}$ に $\frac{1}{6}$ を足して確かめられます。分母が同じ加減では、分母を保ち、分子で表された個数を加減します。

$$\frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

約分して答えを整える

この章で「できるだけ約分する」ときは、分子と分母に 1 より大きい共通の約数がなくなるまで約分します。整数になる答えは整数で表します。途中の分数も同じ値ですが、問いの指定に合わせて仕上げます。

問一　一つ分と個数を読む

(1) $\frac{2}{7}$ は、$\frac{1}{7}$ が何個分ですか。

個数　＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) $\frac{1}{7}$ を 5 個分集めた数を、分数で書いてください。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

(3) 「$\frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3}{14}$」という答えを直してください。分母が何を表しているかも説明してください。

問二　同じ分母のまま計算する

途中の式を書いて計算し、できるだけ約分してください。整数になるときは整数で表します。

問二　計算・答え

(1) $\frac{1}{8}+\frac{3}{8}$ 答え　＿＿＿＿＿＿	(2) $\frac{5}{9}+\frac{4}{9}$ 答え　＿＿＿＿＿＿
(3) $\frac{7}{10}-\frac{3}{10}$ 答え　＿＿＿＿＿＿	(4) $\frac{4}{7}-\frac{4}{7}$ 答え　＿＿＿＿＿＿

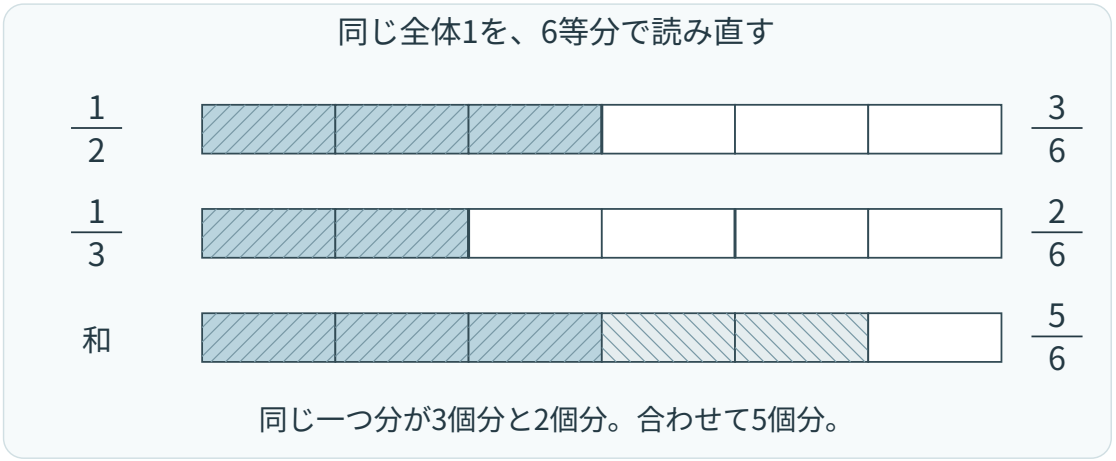
二　通分して一つ分をそろえる



$\frac{1}{2}$ と $\frac{1}{3}$ では、一つ分の大きさが違います。第四章で使った通分で、数の値を変えずに、同じ一つ分の個数へ書き換えます。

例題三　二分の一と三分の一を合わせる

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ を計算してください。



図二　どの帯も全体が 1 です。もとの分割を太い線で示し、6 等分の区切りを重ねています。

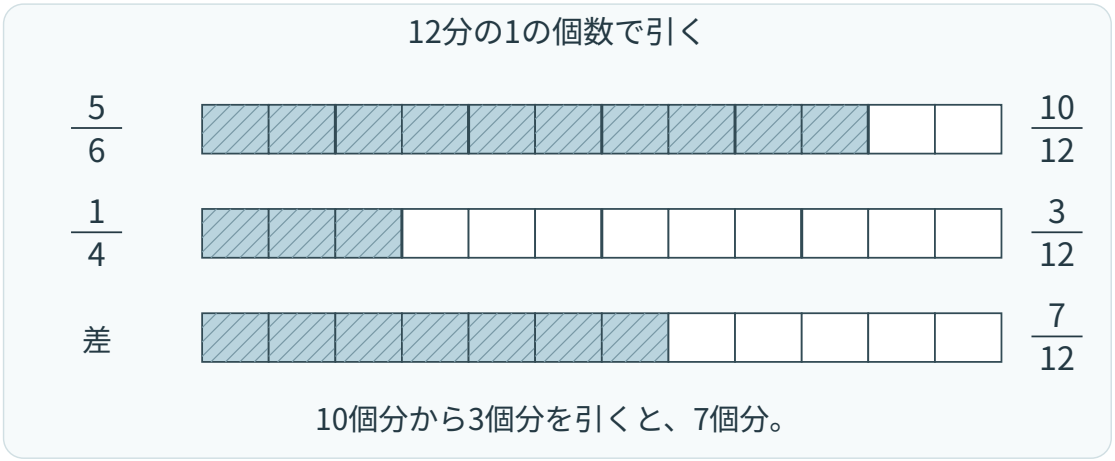
$\frac{1}{2}$ の一つ分をさらに 3 等分すると、$\frac{1}{6}$ が 3 個分になります。$\frac{1}{3}$ の一つ分をさらに 2 等分すると、$\frac{1}{6}$ が 2 個分です。同じ $\frac{1}{6}$ の個数として、$3 + 2 = 5$ と足せます。

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

通分は、分母だけを変える操作ではありません。分子と分母を同じ正の整数倍にして、等しい分数へ書き換えます。図の全長も、それぞれの数が表す部分も変えていません。

例題四　分母をそろえて引く

$\frac{5}{6} - \frac{1}{4}$ を計算してください。



図三　6 等分と 4 等分を、同じ 12 等分の一つ分で読み直します。

6 と 4 の公倍数 12 を分母に選びます。$\frac{5}{6}$ は分子・分母を 2 倍して $\frac{10}{12}$、$\frac{1}{4}$ は 3 倍して $\frac{3}{12}$ です。$\frac{1}{12}$ の 10 個分から 3 個分を引くので、7 個分が残ります。

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{4} = \frac{10}{12} - \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

分母が違う加減も、通分した後は同じ一つ分の個数を加減しています。分母をそろえる前に、分子だけを足したり引いたりしません。

問三　通分して足す引く

途中の式を書いて計算し、できるだけ約分してください。整数になるときは整数で表します。

問三　計算・答え

(1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$

答え　＿＿＿＿＿＿

(2) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$

答え　＿＿＿＿＿＿

問三　計算・答え

(3) $\frac{3}{4} - \frac{1}{6}$ 答え　＿＿＿＿＿＿	(4) $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$ 答え　＿＿＿＿＿＿
(5) $\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$ 答え　＿＿＿＿＿＿	(6) $\frac{7}{10} - \frac{1}{4}$ 答え　＿＿＿＿＿＿

三　共通分母を選ぶ



通分に使う分母を共通分母といいます。二つの分母の公倍数なら使えます。小さい共通分母を選ぶと、計算する分子も小さくなり、扱いやすくなります。

例題五　24 と 48 のどちらでも確かめる

$\frac{3}{8} + \frac{1}{6}$ を、共通分母 24 で計算してください。また、48 を使っても同じ答えになることを確かめてください。

分母	正の倍数を順に並べる
8	8、16、24、32、40、48、…
6	6、12、18、24、30、36、42、48、…

8 と 6 の最小公倍数は 24 です。$\frac{3}{8}$ の分子・分母を 3 倍し、$\frac{1}{6}$ の分子・分母を 4 倍すると、次のようになります。

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{6} = \frac{9}{24} + \frac{4}{24} = \frac{13}{24}$$

48 も 8 と 6 の公倍数です。48 で通分した場合は、次の計算になります。

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{6} = \frac{18}{48} + \frac{8}{48} = \frac{26}{48} = \frac{13}{24}$$

共通分母が違っても、約分すれば同じ $\frac{13}{24}$ です。最小公倍数を使うことは便利ですが、ほかの公倍数を使う方法も成り立ちます。二つの分母の積も公倍数なので、共通分母として使えます。

例題六　先に約分して見通しをよくする

$\frac{3}{6} + \frac{2}{8}$ を計算してください。

先に $\frac{3}{6}$ を $\frac{1}{2}$、$\frac{2}{8}$ を $\frac{1}{4}$ へ約分すれば、共通分母 4 で足せます。元の分母 6 と 8 から通分しても計算できますが、ここでは小さい数にしてから進めます。

$$\frac{3}{6} + \frac{2}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

問四　最小の共通分母で通分する

もとの分母どうしの最小公倍数を共通分母にしてください。共通分母と、通分した二つの分数を書きます。ここでは和や差は求めません。

問四	もとの二つの分数	共通分母	通分した二つの分数
(1)	$\frac{3}{8}$ と $\frac{1}{6}$	＿＿	＿＿＿ と ＿＿＿
(2)	$\frac{5}{12}$ と $\frac{1}{8}$	＿＿	＿＿＿ と ＿＿＿
(3)	$\frac{2}{9}$ と $\frac{1}{6}$	＿＿	＿＿＿ と ＿＿＿

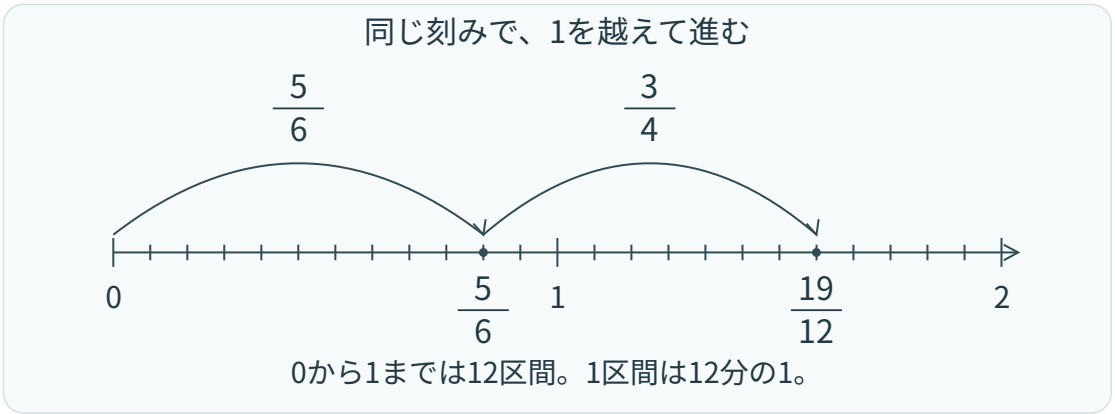
問四	もとの二つの分数	共通分母	通分した二つの分数
(4)	$\frac{2}{3}$ と $\frac{3}{10}$	＿＿	＿＿＿ と ＿＿＿

四　1を越える数や整数を含める

分子が分母より大きくなっても、その分数は数として成り立ちます。整数も同じ分母の分数へ書き換えれば、一つ分の個数として一緒に計算できます。

例題七　数直線上で1を越えて進む

$\frac{5}{6} + \frac{3}{4}$ を計算してください。



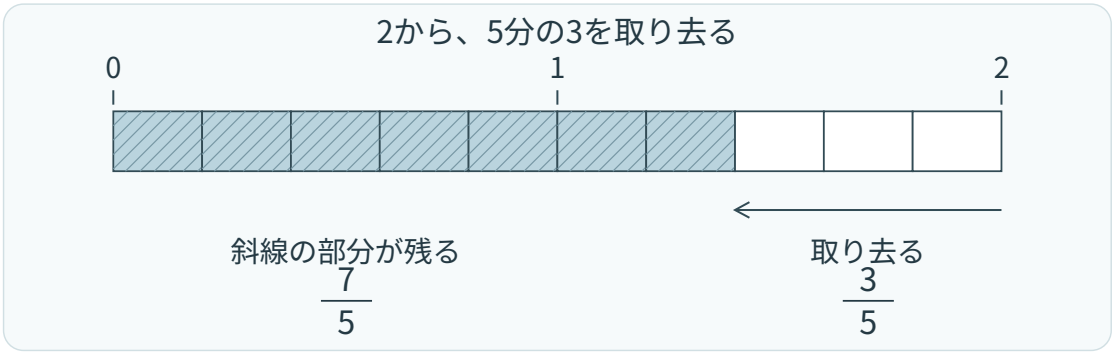
図四　$\frac{5}{6}$ は $\frac{1}{12}$ の 10 個分、$\frac{3}{4}$ は 9 個分です。同じ刻みで 19 個分まで進みます。

共通分母を 12 にすると、10 個分と 9 個分を合わせて 19 個分です。$\frac{12}{12}$ が 1 なので、$\frac{19}{12}$ は 1 と $\frac{7}{12}$ に分けられます。

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{4} = \frac{10}{12} + \frac{9}{12} = \frac{19}{12} = 1\frac{7}{12}$$

例題八　整数を同じ分母の分数へ直す

$2 - \frac{3}{5}$ を計算してください。



図五　1は $\frac{5}{5}$ なので、2は $\frac{10}{5}$ です。斜線の7区画が、取り去った後に残る部分です。

2は $\frac{1}{5}$ の10個分です。そこから3個分を引くので、残りは7個分、$\frac{7}{5}$ です。1と $\frac{2}{5}$ と表しても同じ数になります。

$$2 - \frac{3}{5} = \frac{10}{5} - \frac{3}{5} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$$

問五　1を越える答えと整数を扱う

途中の式を書いて計算し、できるだけ約分してください。整数になるときは整数で表します。1を越える答えは、仮分数・帯分数のどちらでもかまいません。

問五　計算・答え

(1) $\frac{5}{6} + \frac{3}{4}$

答え　＿＿＿＿＿＿

(2) $\frac{7}{8} + \frac{5}{6}$

答え　＿＿＿＿＿＿

問五　計算・答え

(3) $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}$ 答え　＿＿＿＿＿＿	(4) $2 - \frac{3}{5}$ 答え　＿＿＿＿＿＿
(5) $1 - \frac{5}{12}$ 答え　＿＿＿＿＿＿	(6) $\frac{2}{3} + 1$ 答え　＿＿＿＿＿＿

五　帯分数を足す

帯分数は、整数部分と分数部分の和です。整数部分どうし、分数部分どうしを足し、分数部分から整数の 1 ができたときは合わせ直します。仮分数に直してから計算することもできます。

例題九　分数部分から整数の 1 を作る

$1\frac{3}{4} + 2\frac{2}{3}$ を計算してください。

整数部分は 1 + 2 = 3 です。分数部分は、共通分母 12 にそろえて足します。

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \frac{9}{12} + \frac{8}{12} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}$$

分数部分の和からできた 1 を、整数部分の 3 へ加えます。答えは 4 と $\frac{5}{12}$ です。

$$1\frac{3}{4} + 2\frac{2}{3} = 3 + \frac{17}{12} = 4\frac{5}{12}$$

仮分数に直す別の方法

整数部分も分数の個数へ直すと、$1\frac{3}{4}$は$\frac{7}{4}$、$2\frac{2}{3}$は$\frac{8}{3}$です。どちらの手順も、同じ数を別の表し方で計算しています。

$$\frac{7}{4} + \frac{8}{3} = \frac{21}{12} + \frac{32}{12} = \frac{53}{12} = 4\frac{5}{12}$$

問六　帯分数の和を求める

途中の式を書いて計算し、できるだけ約分してください。答えは帯分数で、整数になるときは整数で表します。

問六　計算・答え

(1) $1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{6}$ 答え ＿＿＿＿＿＿	(2) $2\frac{3}{4} + 1\frac{2}{3}$ 答え ＿＿＿＿＿＿
(3) $1\frac{5}{8} + 2\frac{7}{8}$ 答え ＿＿＿＿＿＿	(4) $3\frac{1}{5} + 2\frac{4}{5}$ 答え ＿＿＿＿＿＿

六　帯分数を引く

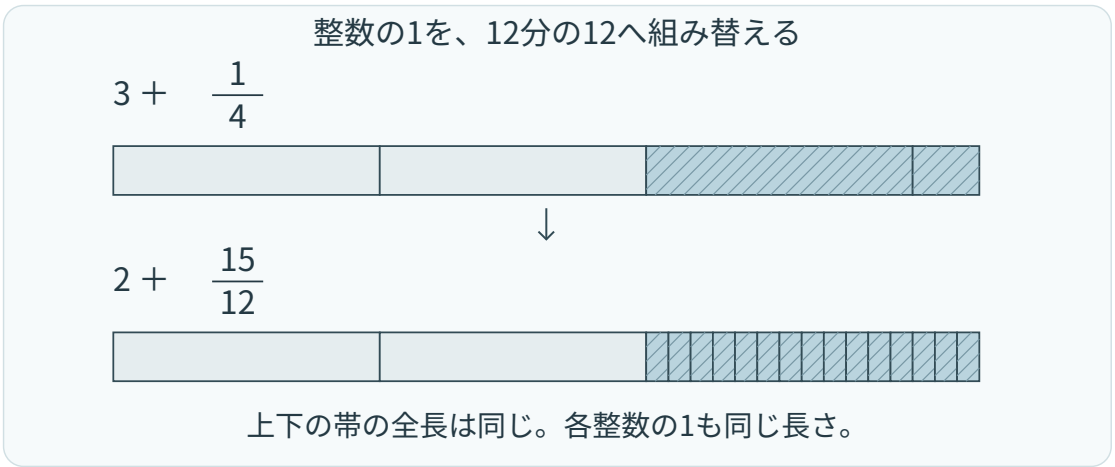


分数部分だけでは引けないときは、整数部分の 1 を、分数の個数へ組み替えます。小数の繰り下がりと同じように、数全体の大きさを変えずに表し方を直します。

例題十　整数の 1 を分数へ組み替える

$3\frac{1}{4} - 1\frac{2}{3}$ を計算してください。

分数部分を通分すると、$\frac{1}{4}$ は $\frac{3}{12}$、$\frac{2}{3}$ は $\frac{8}{12}$ です。3 個分から 8 個分は引けないので、整数部分の 3 のうち 1 を $\frac{12}{12}$ に組み替えます。



図六　$3 + \frac{3}{12}$ を、$2 + \frac{15}{12}$ へ読み替えます。全長を変えず、一つ分の個数を組み替えています。

整数部分は $2 - 1 = 1$、分数部分は $\frac{15}{12} - \frac{8}{12} = \frac{7}{12}$ です。合わせると、答えは 1 と $\frac{7}{12}$ になります。

$$3\frac{1}{4} - 1\frac{2}{3} = \left(2 + \frac{15}{12}\right) - \left(1 + \frac{8}{12}\right) = 1\frac{7}{12}$$

仮分数に直して確かめる

$3\frac{1}{4}$ は $\frac{13}{4}$、$1\frac{2}{3}$ は $\frac{5}{3}$ です。整数部分を含めて通分すれば、組み替えを別の形で進められます。

$$\frac{13}{4} - \frac{5}{3} = \frac{39}{12} - \frac{20}{12} = \frac{19}{12} = 1\frac{7}{12}$$

引いた数を足せば、元の $3\frac{1}{4}$ に戻るか確かめられます。整数部分だけ先に引いて、分数部分の引く向きを逆にする方法は使いません。

問七　帯分数の差を求める

途中の式を書いて計算し、できるだけ約分してください。答えは帯分数で、整数になるときは整数で表します。

問七　計算・答え

(1) $3\frac{1}{4} - 1\frac{2}{3}$ 答え　＿＿＿＿＿＿	(2) $2\frac{1}{6} - \frac{3}{4}$ 答え　＿＿＿＿＿＿
(3) $4 - 1\frac{3}{8}$ 答え　＿＿＿＿＿＿	(4) $2\frac{2}{3} - 1\frac{2}{3}$ 答え　＿＿＿＿＿＿

七　単位と全体を確かめて計算する

数の計算ができても、量の単位や、何の何分の一かが違えば、そのまま足せるとは限りません。まず何の量を表しているかを確かめます。

例題十一　長さの単位をそろえる

$\frac{1}{2}$ m のひもと 25cm のひもを、重ならないようにつなぎます。全長は何 m ですか。1m = 100cm とします。

25cm は $\frac{25}{100}$ m、約分すると $\frac{1}{4}$ m です。どちらも m で測った長さとして、数値を足します。

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

答えは$\frac{3}{4}$ m です。別の方法として、$\frac{1}{2}$ m を 50cm に直せば、50 + 25 = 75cm です。75cm は$\frac{75}{100}$ m = $\frac{3}{4}$ m なので、同じ長さになることを確かめられます。

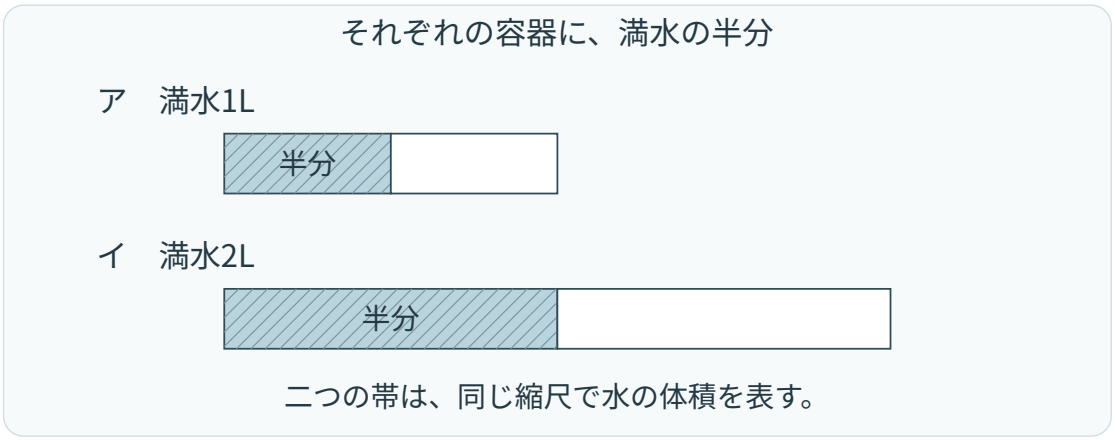
問八　数量と単位をそろえて読む

（1）〜（3）は、式と単位付きの答えを書いてください。
分数はできるだけ約分します。

（1）$\frac{3}{4}$ m のひもと$\frac{2}{3}$ m のひもを、重ならないようにつなぎます。全長は何 m ですか。

（2）水が$1\frac{1}{2}$ L あります。$\frac{3}{4}$ L 使うと、何 L 残りますか。

問八（3）$\frac{3}{4}$ m のひもから 20cm を切り取ります。残りを m の単位を使った分数で表してください。1m = 100cm とし、切る際の損失はないものとします。



図七　斜線の部分が入っている水です。アとイでは、半分を取るもとの全体が異なります。

問八（4）図七の水を合わせると何Lですか。「半分と半分を合わせたので1L」と答えてよいかも、理由を添えて説明してください。

八　誤りと結果を点検する

途中の式を見直すときは、書き換えで数の値を保っているか、同じ一つ分を使っているかを確かめます。正の数を足した結果は元の数より大きくなることや、引いた数を足して元へ戻ることも点検に使えます。

問九　説明と答えを確かめ直す

(1)「$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{2}{5}$」という答えを直してください。分母をそろえる理由も説明してください。

問九 （2）「$3\frac{1}{5} - 1\frac{3}{5} = 2\frac{2}{5}$」という答えを直してください。整数の 1 を分数へ組み替える方法か、仮分数へ直す方法を示してください。

問九 （3）$\frac{7}{8} - \frac{1}{3}$ の差を $\frac{11}{24}$ とする答えは正しいですか。引いた数を足す検算で判断し、正しい差も示してください。

到達確認

本文を見ずに取り組み、意味・操作・判断と検算を確かめます。指定がなければ、1 を越える答えは仮分数・帯分数のどちらでもかまいません。整数になるときは整数で、分数はできるだけ約分して答えてください。

確認一　一つ分と組み替えを説明する

（1）$\frac{2}{5} + \frac{1}{3}$ を通分して計算してください。通分した後は、どんな一つ分が何個分になりますか。

確認一　(2) $\frac{7}{12} - \frac{1}{3}$ を計算してください。引く数を $\frac{1}{12}$ の個数として表した式も示してください。

確認一　(3) $2\frac{1}{4} = 1 + \square$ が成り立つように、□に入る数を仮分数で書いてください。

□に入る数　＿＿＿＿＿＿＿＿

確認二　計算の手順を確かめる

通分や組み替えなどの途中の式も書いてください。

確認二　計算・答え	
(1) $\frac{5}{8} + \frac{1}{6}$ 答え　＿＿＿＿＿＿＿＿	(2) $\frac{11}{12} - \frac{3}{8}$ 答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

確認二　(3) $3\frac{1}{5} - 1\frac{3}{4}$ を計算してください。

確認三　場面と答えを検証する

(1)「$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{2}{7}$」という答えを直してください。正の数を足すと元の数より大きくなることを使っても、誤りを説明してください。

(2) 2m のひもから、$\frac{5}{6}$ m と $\frac{3}{4}$ m を切り取ります。何 m 残りますか。式と単位付きの答えを示してください。切る際の損失はないものとします。

確認三 (3) $1\frac{1}{2}-\frac{2}{3}$ の答えを $\frac{5}{6}$ と求めました。引いた数を足す検算で、この答えが正しいか判断してください。

この章から次へ

分数の加減は、同じ一つ分の個数を加減する計算です。通分や整数の組み替えは、数を変えずに表し方を整えています。次の第十章では分数の乗除を扱い、何倍するか、いくつ分あるかという意味から、計算の手順を考えます。

第九章　解答と考え方

短い正答はまとめています。指定の答え方を満たし、同じ値を表す別の手順も認められます。通分の分母を変えた方法や、帯分数を仮分数へ直す方法も使えます。式・図で理由を説明してもかまいません。

問一　一つ分と個数を読む

正答　(1) 2 個分　(2) $\frac{5}{7}$　(3) 正しくは $\frac{3}{7}$ です。

考え方　(1)・(2) は、同じ一つ分 $\frac{1}{7}$ の個数を読みます。(3) 分母 7 は一つ分を決めています。$\frac{1}{7}$ の 1 個分と 2 個分を合わせるので、個数は 3 個分です。分母まで足すと一つ分が $\frac{1}{14}$ に変わり、元の数量関係を表せません。

← 戻り先：第一節・例題一・図一

問二　同じ分母のまま計算する

正答　(1) $\frac{1}{2}$　(2) 1　(3) $\frac{2}{5}$　(4) 0

考え方　(1) は $\frac{4}{8}$ を約分します。(2) は $\frac{9}{9}$ なので 1 です。(3) は $\frac{4}{10}$ を約分して $\frac{2}{5}$ です。(4) は $\frac{0}{7} = 0$ です。分母を保って分子を加減し、その後に答えを整えます。

← 戻り先：第一節・例題一・例題二

問三　通分して足す引く

正答　(1) $\frac{7}{10}$　(2) $\frac{11}{12}$　(3) $\frac{7}{12}$　(4) $\frac{1}{2}$　(5) $\frac{5}{8}$　(6) $\frac{9}{20}$

考え方　(1) は $\frac{5}{10} + \frac{2}{10} = \frac{7}{10}$。(2) は $\frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$。
(3) は $\frac{9}{12} - \frac{2}{12} = \frac{7}{12}$ です。
(4) は $\frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$。(5) は $\frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$。(6) は $\frac{14}{20} - \frac{5}{20} = \frac{9}{20}$ です。通分では、分母と分子を同じ倍にして等しい分数を作ります。

← 戻り先：第二節・例題三・例題四・図二・図三

問四　最小の共通分母で通分する

正答　(1) 共通分母 24　$\frac{9}{24}$ と $\frac{4}{24}$　(2) 共通分母 24　$\frac{10}{24}$ と $\frac{3}{24}$
(3) 共通分母 18　$\frac{4}{18}$ と $\frac{3}{18}$　(4) 共通分母 30　$\frac{20}{30}$ と $\frac{9}{30}$

考え方　(1) は 8 と 6 の最小公倍数 24。(2) は 12 と 8 の最小公倍数 24。(3) は 9 と 6 の最小公倍数 18。(4) は 3 と 10 の最小公倍数 30 です。それぞれ、元の分母から何倍したかを調べ、分子も同じ倍にします。

理由の確認　ほかの公倍数でも等しい分数へ通分できます。ただし、この問では最小の共通分母を指定しています。値が等しいことと、指定された形で答えていることを分けて確かめます。

← **戻り先：**第三節・例題五

問五　1 を越える答えと整数を扱う

正答　(1) $\frac{19}{12} = 1\frac{7}{12}$　(2) $\frac{41}{24} = 1\frac{17}{24}$　(3) $\frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$
(4) $\frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$　(5) $\frac{7}{12}$　(6) $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$

考え方　(1) は $\frac{10}{12} + \frac{9}{12} = \frac{19}{12}$。(2) は $\frac{21}{24} + \frac{20}{24} = \frac{41}{24}$ です。分子が分母より大きくても、その分数は成り立ちます。

(3) は同じ $\frac{1}{5}$ の 3 個分と 4 個分を合わせます。

(4) は $2 = \frac{10}{5}$ として $\frac{10}{5} - \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$。(5) は $1 = \frac{12}{12}$ として $\frac{12}{12} - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$。

(6) は $1 = \frac{3}{3}$ として $\frac{2}{3} + \frac{3}{3} = \frac{5}{3}$ です。

仮分数と帯分数のどちらか一方で答えればかまいません。

← **戻り先：**第四節・例題七・例題八・図四・図五

問六　帯分数の和を求める

正答　(1) $3\frac{1}{2}$　(2) $4\frac{5}{12}$　(3) $4\frac{1}{2}$　(4) 6

考え方　(1) 整数部分は3、分数部分は $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ です。(2) 整数部分の和3に、$\frac{3}{4}+\frac{2}{3}=\frac{17}{12}=1\frac{5}{12}$ を合わせます。(3) 分数部分は $\frac{12}{8}=1\frac{1}{2}$ なので、整数部分の和3へ1を加えます。(4) 分数部分は $\frac{5}{5}=1$、整数部分の和5と合わせて6です。

←　戻り先：第五節・例題九

問七　帯分数の差を求める

正答　(1) $1\frac{7}{12}$　(2) $1\frac{5}{12}$　(3) $2\frac{5}{8}$　(4) 1

考え方　(1) は、$3+\frac{3}{12}$ を $2+\frac{15}{12}$ へ組み替えます。整数部分は $2-1=1$、分数部分は $\frac{15}{12}-\frac{8}{12}=\frac{7}{12}$ です。

(2) は $2+\frac{2}{12}$ を $1+\frac{14}{12}$ へ組み替え、$\frac{14}{12}-\frac{9}{12}=\frac{5}{12}$ です。(3) は4を $3+\frac{8}{8}$ へ組み替え、整数部分 $3-1=2$ と、分数部分 $\frac{8}{8}-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$ を合わせます。(4) は同じ分数部分がなくなるので、$2-1=1$ です。

別解例　別の方法として、(2) は $\frac{13}{6}-\frac{3}{4}=\frac{26}{12}-\frac{9}{12}=\frac{17}{12}=1\frac{5}{12}$ と計算できます。問いでは帯分数で答える指定があるため、仮分数から読み替えて仕上げます。

←　戻り先：第六節・例題十・図六

問八　数量と単位をそろえて読む

正答　(1) $\frac{17}{12}$ m、または $1\frac{5}{12}$ m　(2) $\frac{3}{4}$ L
(3) $\frac{11}{20}$ m　(4) $\frac{3}{2}$ L、または $1\frac{1}{2}$ L　1L とは答えられません。

考え方　(1) は $\frac{3}{4}+\frac{2}{3}=\frac{9}{12}+\frac{8}{12}=\frac{17}{12}$ です。(2) は $\frac{3}{2}-\frac{3}{4}=\frac{6}{4}-\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$ です。(3) は 20cm $=\frac{20}{100}$ m $=\frac{1}{5}$ m として、$\frac{3}{4}-\frac{1}{5}=\frac{15}{20}-\frac{4}{20}=\frac{11}{20}$ です。

理由の確認　問八（4）アの水は、1L の半分なので$\frac{1}{2}$L です。イは 2L の半分なので 1L です。合わせると$\frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$で、$1\frac{1}{2}$L になります。「半分」のもとの全体が異なります。数としての$\frac{1}{2}$が別の数になるわけではなく、対応する水量が違います。

←　**戻り先：**第七節・例題十一・図七・第三節

問九　説明と答えを確かめ直す

正答　（1）正しくは$\frac{5}{6}$です。　（2）正しくは$1\frac{3}{5}$です。　（3）正しくありません。正しい差は$\frac{13}{24}$です。

考え方　（1）は、同じ一つ分$\frac{1}{6}$へそろえ、$\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$です。分子と分母を別々に足すと、一つ分の大きさを変えてしまいます。

（2）は$3 + \frac{1}{5}$を$2 + \frac{6}{5}$へ組み替え、整数部分は $2 - 1 = 1$、分数部分は$\frac{6}{5} - \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$です。仮分数なら$\frac{16}{5} - \frac{8}{5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$です。

分数部分だけ引く向きを逆にしません。

理由の確認　（3）の候補を検算すると、$\frac{11}{24} + \frac{1}{3} = \frac{11}{24} + \frac{8}{24} = \frac{19}{24}$で、元の$\frac{7}{8} = \frac{21}{24}$には戻りません。正しくは$\frac{21}{24} - \frac{8}{24} = \frac{13}{24}$です。$\frac{13}{24} + \frac{8}{24} = \frac{21}{24}$で元へ戻ります。

←　**戻り先：**第二節・第六節・第八節・例題三・例題十

到達確認の解答

確認一　一つ分と組み替えを説明する

正答　(1) $\frac{11}{15}$　$\frac{1}{15}$が11個分　(2) $\frac{1}{4}$　式は$\frac{7}{12} - \frac{4}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$　(3) $\frac{5}{4}$

考え方　(1)は$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$、$\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$として、同じ$\frac{1}{15}$を6個分と5個分合わせます。(2)は$\frac{1}{3}$を$\frac{1}{12}$の4個分にします。(3)は整数部分の2のうち1を$\frac{4}{4}$にして、もとの$\frac{1}{4}$を合わせます。$1 + \frac{5}{4}$は$2\frac{1}{4}$と同じ数です。

←　**戻り先：**第一節・第二節・第六節・図二・図六

確認二　計算の手順を確かめる

正答　(1) $\frac{19}{24}$　(2) $\frac{13}{24}$　(3) $1\frac{9}{20}$、または$\frac{29}{20}$

考え方　(1)は$\frac{15}{24} + \frac{4}{24} = \frac{19}{24}$。(2)は$\frac{22}{24} - \frac{9}{24} = \frac{13}{24}$です。(3)は$\frac{1}{5}$を$\frac{4}{20}$、$\frac{3}{4}$を$\frac{15}{20}$にそろえます。$3 + \frac{4}{20}$を$2 + \frac{24}{20}$に組み替え、整数部分$2 - 1 = 1$と分数部分$\frac{24}{20} - \frac{15}{20} = \frac{9}{20}$を合わせます。

←　**戻り先：**第二節・第三節・第六節・例題四・例題十

確認三　場面と答えを検証する

正答　(1) 正しくは$\frac{7}{12}$です。　(2) $\frac{5}{12}$ m　(3) 答えは正しいです。

考え方　(1) は$\frac{4}{12}+\frac{3}{12}=\frac{7}{12}$です。正の数を足すので、結果はもとの$\frac{1}{3}$より大きくなります。候補の$\frac{2}{7}$は、$\frac{1}{3}=\frac{7}{21}$に対して$\frac{2}{7}=\frac{6}{21}$なので小さく、

この点からも誤りです。

(2) は使った長さの和を先に求めます。$\frac{5}{6}+\frac{3}{4}=\frac{19}{12}$なので、

$2-\frac{19}{12}=\frac{24}{12}-\frac{19}{12}=\frac{5}{12}$です。残りと使った分を合わせると、

$\frac{5}{12}+\frac{19}{12}=\frac{24}{12}=2$に戻ります。

理由の確認　(3) は、求めた差に引いた数を足します。

$\frac{5}{6}+\frac{2}{3}=\frac{5}{6}+\frac{4}{6}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$です。

元の数に戻るので、答えが正しいと判断できます。

←　**戻り先：**第二節・第四節・第八節・例題七・例題八

第十章

分数の掛け算・割り算

半分にすることも、三つ分を求めることも、「何倍するか」と捉えられます。分数を掛けるとは何をすることでしょうか。また、分数で割るとき、なぜ逆数を掛けてよいのでしょうか。図で数量の関係を確かめ、意味から手順を組み立てます。

使う知識　分数・仮分数と帯分数（第三章）、約分と等しい分数（第四章）、倍としての乗法（第六章）、除法と逆演算（第七章）。必要な変換は本文でも確認します。

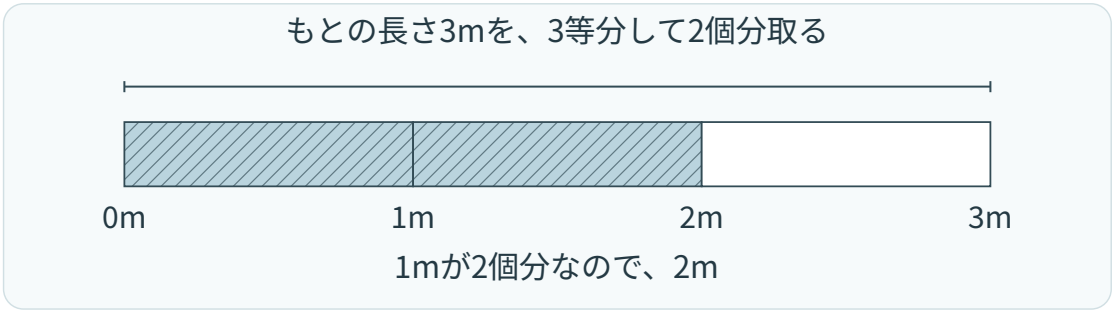
進み方　乗法は問二・三、除法は問五・六で練習します。到達確認から始め、解説の戻り先を使ってもかまいません。この章は 0 以上の数を扱い、分母を正の整数とします。0 で割る式は定義しません。

一　分数倍の意味を読む

ある量の $\frac{2}{3}$ 倍は、その量を 3 等分した一つ分を、2 個分取った量です。「何を等分するのか」を確かめて考えます。

例題一　3 メートルの三分の二倍

3m の $\frac{2}{3}$ 倍は何 m ですか。



図一　もとの長さ 3m を 3 等分します。斜線の 2 区画が、求める長さです。

3m を 3 等分した一つ分は 1m です。その 2 個分なので、求める長さは 2m です。式の 3 は、1m を単位とした数値です。等分するもとの量は 3m であり、単位の 1m と区別します。

$$3 \times \frac{2}{3} = 3 \div 3 \times 2 = 2$$

同じ考えで、3 の $\frac{4}{3}$ 倍は、3 を 3 等分した 1 を 4 個分取るので 4 です。分子の個数分を取る考えは、倍率が 1 を超える場合にも使えます。

$$3 \times \frac{4}{3} = 3 \div 3 \times 4 = 4$$

問一　分数倍を読み取る

(1) 図一で 3m の $\frac{2}{3}$ 倍に対応する部分は何区画分で、何 m ですか。等分する量も説明してください。

(2) 6kg の $\frac{1}{2}$ 倍は何 kg ですか。

重さ　＿＿＿＿＿＿＿＿

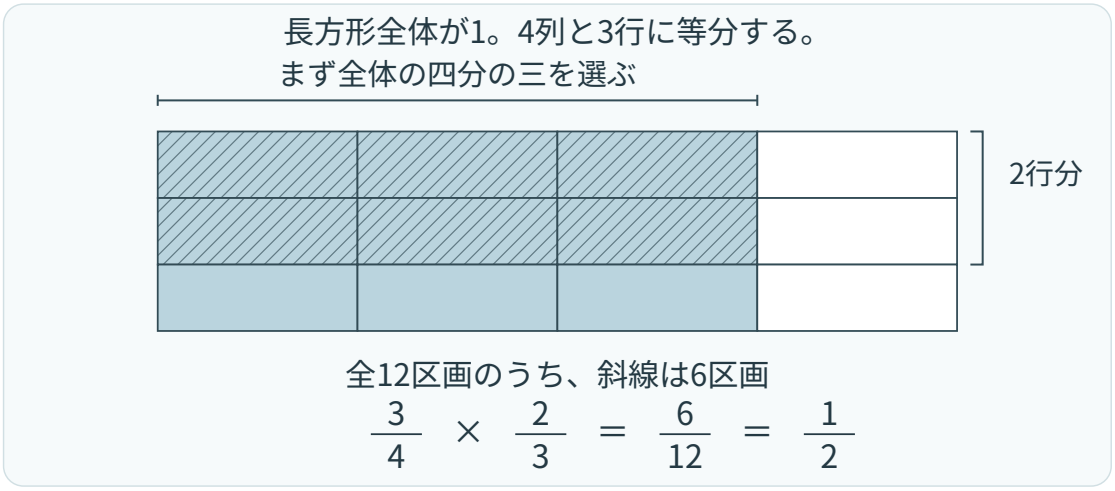
(3) $3 \times \frac{4}{3}$ はいくつですか。3 を 3 等分した一つ分を何個分取るかを使って説明してください。

二　分数どうしの積を組み立てる

もとの数も分数である場合を考えます。全体の何分のいくつに当たるかを、同じ大きさの区画で数えましょう。

例題二　四分の三の三分の二倍

$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$ を計算してください。



図二　長方形全体を 1 とします。青い 3 列が $\frac{3}{4}$、その中の斜線を付けた 2 行が、$\frac{3}{4}$ の $\frac{2}{3}$ 倍です。

全体を横に 4 等分したうちの 3 列が $\frac{3}{4}$ です。その部分を縦に 3 等分して 2 行分取ると、斜線の部分になります。全体は $4 \times 3 = 12$ 個の等しい区画に分かれ、選んだ部分は $3 \times 2 = 6$ 個です。

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

二つの分母に従って等分すると、全体の区画数は分母どうしの積になります。分子が示す列数と行数を掛けると、選ぶ区画数になります。このため、分数の積は分子どうしを掛け、分母どうしを掛けて表せます。1 を超える分数でも、全体 1 を必要なだけ並べて同じ分け方で数えられます。

足し算との違いを確かめる

足し算では同じ一つ分の個数を合わせるため、通分しました。ここでは、ある数をさらに等分して何個分か取っています。掛け算で分母をそろえる必要はありません。積を求めた後、できるだけ約分して答えを整えます。

問二　分数どうしを掛ける

途中の式を書いて計算し、できるだけ約分してください。整数になるときは整数で表します。1を超える答えは、仮分数・帯分数のどちらでもかまいません。

問二　計算・答え

(1) $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}$ 答え ＿＿＿＿＿＿	(2) $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7}$ 答え ＿＿＿＿＿＿
(3) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ 答え ＿＿＿＿＿＿	(4) $\frac{5}{6} \times \frac{3}{10}$ 答え ＿＿＿＿＿＿
(5) $\frac{7}{8} \times \frac{4}{7}$ 答え ＿＿＿＿＿＿	(6) $\frac{3}{4} \times \frac{2}{9}$ 答え ＿＿＿＿＿＿

三　整数と帯分数の積を整える

＋二
×二

整数も分母1の分数として表せます。帯分数は、整数部分と分数部分の和です。仮分数へ直すと、分数の乗法と同じ手順で計算できます。

例題三　整数を分母 1 の分数にする

$\frac{2}{5} \times 3$ を計算してください。

$3 = \frac{3}{1}$ なので、分子は $2 \times 3 = 6$、分母は $5 \times 1 = 5$ です。$\frac{2}{5}$ を 3 個分合わせても、同じ $\frac{6}{5}$ になります。

$$\frac{2}{5} \times 3 = \frac{2}{5} \times \frac{3}{1} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

例題四　途中で約分する

$\frac{9}{14} \times \frac{7}{12}$ を計算してください。

そのまま掛けると、分子は $9 \times 7 = 63$、分母は $14 \times 12 = 168$ です。$\frac{63}{168}$ を約分して $\frac{3}{8}$ にできます。先に分子の 9 と分母の 12 を 3 で割り、分子の 7 と分母の 14 を 7 で割っても、積全体の値は同じです。

$$\frac{9}{14} \times \frac{7}{12} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

約分しているのは、積全体の分子と分母に共通する因数です。もとの二つの分数を、それぞれ同じ値の分数へ直したわけではありません。足し算や引き算の項を、この方法で消すことはできません。

例題五　帯分数を仮分数にする

$1\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$ を計算してください。

$1\frac{1}{2}$ は $1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ です。仮分数に直してから掛けると、$\frac{6}{6} = 1$ になります。もとの $1\frac{1}{2}$ より小さいのは、1 より小さい $\frac{2}{3}$ 倍にしたためです。

$$1\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{6} = 1$$

0 と 1 を掛ける

1 倍しても数は変わりません。0 倍は 0 です。分数の場合も、分子を 1 倍すれば同じ分子、0 倍すれば 0 になるので、この性質を確かめられます。

問三　整数と帯分数を掛ける

途中の式を書いて計算し、できるだけ約分してください。整数になるときは整数で表します。1を超える答えは、仮分数・帯分数のどちらでもかまいません。

問三　計算・答え

(1) $\frac{3}{7} \times 14$ 答え ＿＿＿＿＿＿	(2) $5 \times \frac{2}{3}$ 答え ＿＿＿＿＿＿
(3) $1\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$ 答え ＿＿＿＿＿＿	(4) $2\frac{1}{4} \times \frac{4}{9}$ 答え ＿＿＿＿＿＿
(5) $\frac{5}{6} \times 1$ 答え ＿＿＿＿＿＿	(6) $\frac{7}{9} \times 0$ 答え ＿＿＿＿＿＿

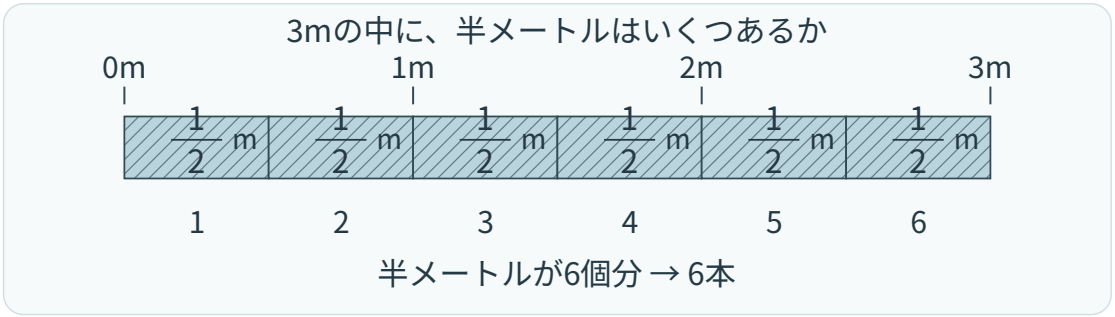
四　掛けて１になる数を探す



第七章では、割り算を「割る数を何倍すれば、割られる数になるか」と考えました。まず、半分の長さがいくつ含まれるかを確かめます。

例題六　半メートルがいくつ含まれるか

3m のひもを $\frac{1}{2}$ m ずつ切り分けると、何本できますか。切る際の損失はないものとします。



図三　1m に $\frac{1}{2}$ m が 2 個分、3m には 6 個分含まれます。

求めるのは本数なので、数値の計算は $3 \div \frac{1}{2} = 6$ です。割る数と商を掛けて、もとの数に戻るかを確かめられます。

$$\frac{1}{2} \times 6 = 3$$

$\frac{1}{2}$ に掛けて 1 になる数は 2 です。このように、ある数に掛けると 1 になる数を、その数の逆数といいます。$\frac{2}{3}$ の逆数は $\frac{3}{2}$ です。分子と分母を入れ替えると、積の分子と分母が同じになるので 1 です。

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1$$

整数 3 の逆数は $\frac{1}{3}$、1 の逆数は 1 です。0 はどんな数を掛けても 0 なので、逆数を持ちません。分子と分母を入れ替える手順を使えるのは、もとの分数が 0 でない場合です。

問四　逆数を確かめる

(1)〜(3)は逆数を答え、掛けて1になることを確かめてください。

(1) $\frac{2}{5}$ の逆数

逆数　＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) 3 の逆数

逆数　＿＿＿＿＿＿＿＿

(3) 1 の逆数

逆数　＿＿＿＿＿＿＿＿

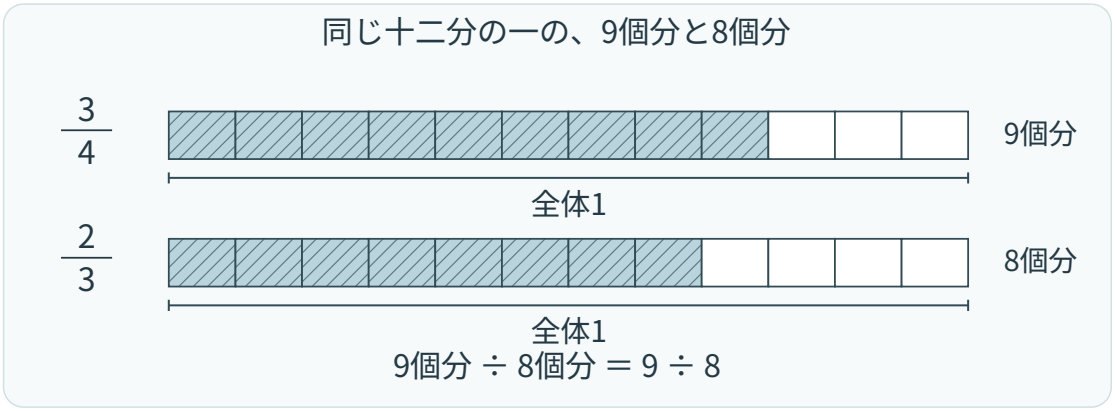
(4) 0 に逆数はありますか。掛け算の結果を使って説明してください。

五　割る数を 1 にして商を求める

分数で割る計算を、共通の一つ分で読む方法と、割る数を1にする方法で考えます。

例題七　割る数の逆数を使う理由

$\frac{3}{4} \div \frac{2}{3}$を計算してください。



図四　全体 1 を同じ 12 等分で表します。$\frac{3}{4}$は 9 個分、$\frac{2}{3}$は 8 個分です。

$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$、$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$です。同じ$\frac{1}{12}$の個数で比べると、9 個分の中に 8 個分がいくつあるか、つまり$9 \div 8 = \frac{9}{8}$です。8 個で 1 組なら、余る 1 個は$\frac{1}{8}$組分です。商は 1 より少し大きいと見通せます。

もう一つの方法では、割る数$\frac{2}{3}$の逆数$\frac{3}{2}$を、割られる数と割る数の両方に掛けます。両方を同じ正の数倍にしても商は変わらず、割る数を 1 にできます。

$$\left(\frac{3}{4} \times \frac{3}{2}\right) \div \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}\right) = \frac{9}{8} \div 1 = \frac{9}{8}$$

なぜ両方に同じ数を掛けてもよいのでしょうか。もとの商を□とすると、$\frac{2}{3} \times \square = \frac{3}{4}$です。この等しさの両側を$\frac{3}{2}$倍にすると、次の関係になります。掛ける順序やまとめ方を変えても、積は同じです。

$$\left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}\right) \times \square = \frac{3}{4} \times \frac{3}{2}$$

左側の最初の積は 1 なので、$1 \times \square = \frac{9}{8}$、したがって$\square = \frac{9}{8}$です。0 でないどの分数でも、割る数とその逆数の積は 1 です。このため、割り算は「割られる数に、割る数の逆数を掛ける」計算へ直せます。割る数が 0 でないことが条件です。

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$$

逆算すると、$\frac{2}{3} \times \frac{9}{8} = \frac{3}{4}$です。商の意味に戻って確かめられます。

例題八　整数で割る

$\frac{4}{5} \div 3$を計算してください。

3は$\frac{3}{1}$で、その逆数は$\frac{1}{3}$です。$\frac{4}{5}$を3等分した一つ分を求める計算にもなっています。

$$\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$$

問五　逆数を使って割る

途中の式を書いて計算し、できるだけ約分してください。整数になるときは整数で表します。1を超える答えは、仮分数・帯分数のどちらでもかまいません。

問五　計算・答え

(1) $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$

答え　＿＿＿＿＿＿

(2) $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5}$

答え　＿＿＿＿＿＿

(3) $\frac{5}{8} \div \frac{5}{6}$

答え　＿＿＿＿＿＿

(4) $\frac{7}{9} \div \frac{14}{15}$

答え　＿＿＿＿＿＿

問五　計算・答え

(5) $3 \div \frac{2}{5}$

答え　＿＿＿＿＿＿

(6) $\frac{4}{5} \div 3$

答え　＿＿＿＿＿＿

六　帯分数と 0 を含む除法

帯分数は、仮分数に直してから計算します。逆数を取る前に、一つの分数へまとめることが大切です。

例題九　帯分数どうしで割る

$1\frac{1}{2} \div 2\frac{1}{4}$ を計算してください。

$1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$、$2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$ です。割る数 $\frac{9}{4}$ の逆数 $\frac{4}{9}$ を掛けます。

$$1\frac{1}{2} \div 2\frac{1}{4} = \frac{3}{2} \div \frac{9}{4} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{9} = \frac{2}{3}$$

もとの数より大きい $2\frac{1}{4}$ で割るので、商は 1 より小さくなります。$\frac{9}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{3}{2}$ と逆算しても確かめられます。

割る数が 0 でないか確かめる

0 を 0 でない数で割ると 0 です。割る数に 0 を掛ければ、もとの 0 に戻ります。一方、$\frac{2}{3} \div 0$ では、0 に何を掛けても $\frac{2}{3}$ になりません。$0 \div 0$ では、どんな数でも 0 を掛けると 0 になり、商を一つに決められません。いずれも 0 で割る式は定義しません。

1 で割っても数は変わりません。同じ 0 でない数どうしを割ると 1 です。逆数を使う手順でも、これらの性質を確かめられます。

問六　帯分数と 0 を含めて割る

途中の式を書いて計算し、できるだけ約分してください。整数になるときは整数で表します。1 を超える答えは、仮分数・帯分数のどちらでもかまいません。定義できない式は「定義できません」と答えてください。

問六　計算・答え

(1) $2\frac{1}{3} \div 1\frac{1}{6}$ 答え　＿＿＿＿＿＿	(2) $1\frac{3}{4} \div 2\frac{1}{2}$ 答え　＿＿＿＿＿＿
(3) $\frac{3}{5} \div 1$ 答え　＿＿＿＿＿＿	(4) $\frac{7}{9} \div \frac{7}{9}$ 答え　＿＿＿＿＿＿
(5) $0 \div \frac{2}{3}$ 答え　＿＿＿＿＿＿	(6) $\frac{2}{3} \div 0$ 答え　＿＿＿＿＿＿

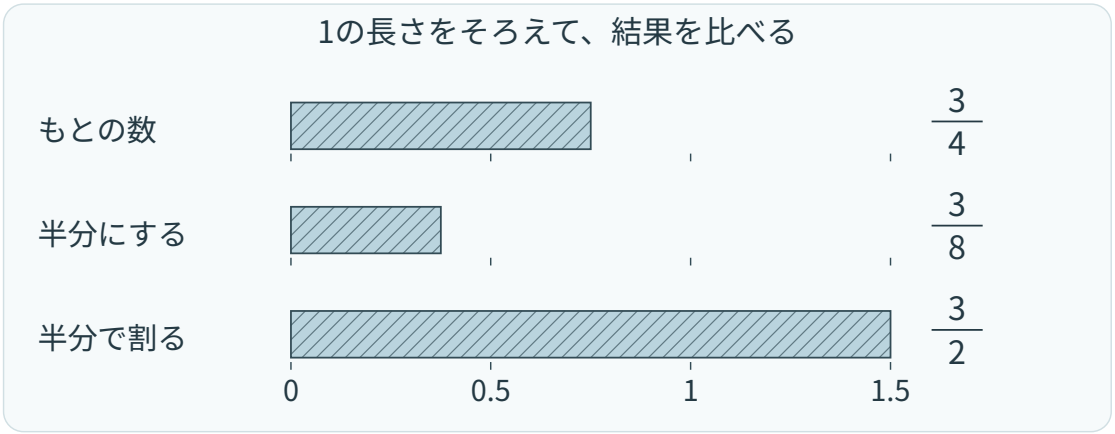
七　結果の大きさから確かめる



計算の前後に、結果がおよそどの範囲にあるかを考えましょう。式の意味を使うと、手順の取り違えに気づけます。

例題十　二分の一で割る答えを点検する

$\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$ の答えを $\frac{3}{8}$ としました。正しいでしょうか。



図五　どの帯も、1 の長さが同じです。$\frac{1}{2}$ を掛けると半分、$\frac{1}{2}$ で割ると 2 倍になります。

$\frac{1}{2}$ で割ることは、その逆数 2 を掛けることです。もとの $\frac{3}{4}$ より大きくなるはずなので、小さい $\frac{3}{8}$ は誤りです。$\frac{3}{8}$ は $\frac{1}{2}$ を掛けたときの答えです。

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{2}$$

逆算では、$\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$ と戻ります。候補の $\frac{3}{8}$ を使うと $\frac{1}{2} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{16}$ となり、もとの数に戻りません。

正の数に、0 より大きく 1 より小さい数を掛けると小さくなり、その数で割ると大きくなります。1 より大きい数を掛けると大きくなり、その数で割ると小さくなります。1 なら変わりません。もとの数が 0 のときは、0 でない数を掛けても割っても 0 です。

問七　大小を計算前に判断する

空欄に ＞、＜、＝ のいずれかを入れてください。(1) は理由も短く書きます。積や商を最後まで計算せず、掛ける数・割る数と 1 との関係から判断してみましょう。

(1) $\frac{5}{6} \times \frac{2}{3}$ ＿＿ $\frac{5}{6}$

(2) $\frac{5}{6} \div \frac{2}{3}$ ＿＿ $\frac{5}{6}$

記号 ＿＿＿＿＿＿

(3) $\frac{5}{6} \div \frac{4}{3}$ ＿＿ $\frac{5}{6}$

記号 ＿＿＿＿＿＿

(4) $0 \times \frac{3}{2}$ ＿＿ 0

記号 ＿＿＿＿＿＿

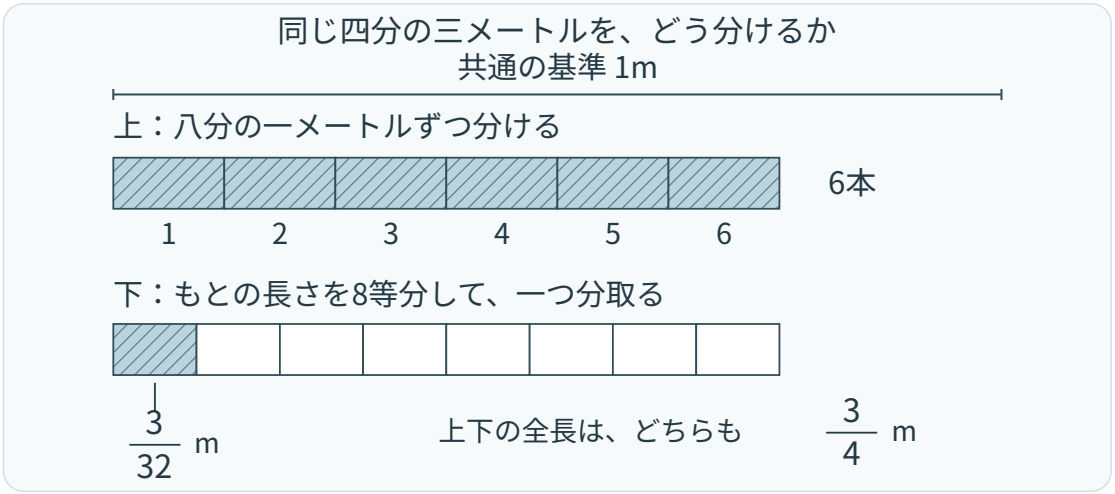
八　場面から式を選ぶ



同じ分数が登場しても、「その量の何倍か」と「決まった量がいくつあるか」では、求めるものも演算も違います。単位と、もとの全体を確かめましょう。

例題十一　八分の一の二つの使い方

$\frac{3}{4}$ m のひもを $\frac{1}{8}$ m ずつ切る場合の本数と、$\frac{3}{4}$ m の $\frac{1}{8}$ 倍の長さを、それぞれ求めてください。切る際の損失はないものとします。



図六　二つの帯はどちらも $\frac{3}{4}$ m で、同じ縮尺です。上は $\frac{1}{8}$ m ずつ分け、下はもとの長さ自体を 8 等分しています。

本数を求めるときは、$\frac{1}{8}$ m がいくつ含まれるかを考えます。数値は $\frac{3}{4} \div \frac{1}{8} = 6$ で、答えは 6 本です。求めるものが長さではなく、本数であることを確かめます。

一方、$\frac{1}{8}$ 倍の長さは、もとの $\frac{3}{4}$ m を 8 等分した一つ分です。数値は $\frac{3}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{32}$ で、答えは $\frac{3}{32}$ m です。「$\frac{1}{8}$ m」と「もとの量の $\frac{1}{8}$」を区別します。

例題十二　部分からもとの全体を求める

あるひもの全長の$\frac{3}{4}$が 9m です。全長は何 m ですか。



図七　全長を 4 等分したうちの 3 区画が 9m です。1 区画は 3m なので、全長は 12m です。

全長を 4 等分したうちの 3 個分が 9m です。一つ分は 9 ÷ 3 = 3m、全長は 3 × 4 = 12m です。「全長 × $\frac{3}{4}$ = 9」という関係なので、全長は 9 を$\frac{3}{4}$で割っても求められます。

$$9 \div \frac{3}{4} = 9 \times \frac{4}{3} = 12$$

$12 \times \frac{3}{4} = 9$ と確かめられます。基準となる全体が分からないときも、部分との関係を式に表して考えられます。

問八　場面と単位を選ぶ

式と、単位を付けた答えを書いてください。切る際や移す際の損失はないものとします。

(1) $\frac{5}{6}$ m のひもを $\frac{1}{12}$ m ずつ切ると、何本できますか。

(2) $\frac{5}{6}$ m の $\frac{1}{12}$ 倍は何 m ですか。

(3) 水 18L が、ある容器の満水量の $\frac{3}{4}$ に当たります。満水量は何 L ですか。

(4) $1\frac{1}{2}$ L の水を、容量 $\frac{1}{3}$ L の容器に分けます。満杯になる容器は何個で、水は何 L 残りますか。容器は十分にあるものとします。

問九　説明と答えを点検する

(1) 「$\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{4}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{15}$」という計算を直してください。どの数の逆数を使うかも説明してください。

(2) 「$1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} = 1\frac{1}{4}$」という答えを直してください。整数部分と分数部分を別々に掛けてよいか説明してください。

(3) $\frac{9}{10} \div \frac{3}{5}$の答えを$\frac{3}{2}$としました。割る数と商を掛ける検算で、正しいか判断してください。

到達確認

意味・手順・検証を確かめます。迷ったときは、解答の戻り先から読み直してください。理由は文章・式・図のいずれで示してもかまいません。

確認一　意味と理由を説明する

(1) 全体1を横に3等分、縦に5等分した面積図で、$\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}$に対応する部分を考えます。一つの区画は全体のいくつで、何区画分を選び、積はいくつですか。

(2) $\frac{5}{6}\div\frac{2}{3}$では、なぜ$\frac{3}{2}$を掛けてよいのですか。割る数を1にすることを使って説明し、商も求めてください。

(3) 「$\frac{3}{4}\div\frac{2}{5}$の結果は、$\frac{3}{4}$より小さくなる」という考えは正しいですか。割る数と1との関係を使って説明してください。

確認二　計算の手順を確かめる

途中の式を書いて計算し、できるだけ約分してください。1を超える答えは、仮分数・帯分数のどちらでもかまいません。

(1) $\frac{5}{12} \times \frac{18}{25}$

(2) $\frac{7}{8} \div \frac{14}{15}$

(3) $2\frac{1}{4} \div 1\frac{1}{2}$

確認三　場面と答えを検証する

(1) 2m の布から、最初の全体の $\frac{3}{4}$ を使い、次に残りの $\frac{2}{3}$ を使います。最後に何 m 残りますか。途中で基準となる量がどう変わるかも示してください。

(2) $\frac{9}{10}$ m のひもを $\frac{3}{8}$ m ずつ切ります。完全に取れるのは何本で、何 m 残りますか。切る際の損失はないものとし、答えを確かめる式も示してください。

(3) 「$\frac{1}{2} \div 0 = 0$」という答えが定義に合わない理由を、0 と商の積を使って説明してください。

この章から次へ

分数の乗除も、何倍するか、いくつ分あるかという意味につながっています。逆数を使う手順は、割る数を 1 にして、もとの数量関係を保つためのものです。次の第十一章では、順序やまとめ方を変えてもよい条件を整理し、計算の法則と工夫を結びつけます。

第十章　解答と考え方

短い正答はまとめています。指定を満たす同じ値の分数や、別の正しい手順も認められます。整数になる答えは整数にし、それ以外はできるだけ約分します。理由は文章・式・図で示してもかまいません。

問一　分数倍を読み取る

正答　(1) 2区画分、2m　(2) 3kg　(3) 4

考え方　(1) は、もとの3mを3等分した一つ分が1mです。その2個分を取ります。(2) は $6 \times \frac{1}{2} = 3$。(3) は $3 \div 3 = 1$ を4個分取るので4です。分数倍で等分する量と、長さや重さの単位を区別します。

← 戻り先：第一節・例題一・図一

問二　分数どうしを掛ける

正答　(1) $\frac{2}{15}$　(2) $\frac{6}{35}$　(3) $\frac{1}{2}$　(4) $\frac{1}{4}$　(5) $\frac{1}{2}$　(6) $\frac{1}{6}$

考え方　(1) は分子 $1 \times 2 = 2$、分母 $3 \times 5 = 15$ です。(2) は分子 $3 \times 2 = 6$、分母 $5 \times 7 = 35$ です。(3) は $\frac{6}{12}$、(4) は $\frac{15}{60}$、(5) は $\frac{28}{56}$、(6) は $\frac{6}{36}$ を、それぞれ約分します。分母が異なっていても通分せずに掛けられます。

← 戻り先：第二節・例題二・図二

問三　整数と帯分数を掛ける

正答　(1) 6　(2) $\frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$　(3) 1　(4) 1　(5) $\frac{5}{6}$　(6) 0

考え方　(1) は $\frac{3}{7} \times \frac{14}{1} = 6$。(2) は $\frac{5}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$ です。(3) は $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$。(4) は $\frac{9}{4} \times \frac{4}{9} = 1$ です。帯分数は整数部分と分数部分の和として仮分数へ直します。(5) は1倍、(6) は0倍なので、答えはそれぞれ元の数と0です。

← 戻り先：第三節・例題三・例題四・例題五

問四　逆数を確かめる

正答　(1) $\frac{5}{2}$　(2) $\frac{1}{3}$　(3) 1　(4) 0 に逆数はありません。

考え方　(1) は $\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = 1$、(2) は $3 \times \frac{1}{3} = 1$、(3) は $1 \times 1 = 1$ と確かめます。(4) は 0 にどんな数を掛けても 0 なので、積を 1 にできません。逆数は 0 でない数に対して考えます。

← 戻り先：第四節・例題六

問五　逆数を使って割る

正答　(1) $\frac{3}{2}$　(2) $\frac{5}{6}$　(3) $\frac{3}{4}$　(4) $\frac{5}{6}$　(5) $\frac{15}{2}$　(6) $\frac{4}{15}$

考え方　(1) は $\frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{2}$。(2) は $\frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{6}$。(3) は $\frac{5}{8} \times \frac{6}{5} = \frac{3}{4}$ です。(4) は $\frac{7}{9} \times \frac{15}{14} = \frac{5}{6}$。(5) は $3 \times \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$。(6) は $\frac{4}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$ です。逆数にするのは割る数です。整数で割る場合も、分母 1 の分数として逆数を考えます。

← 戻り先：第五節・例題七・例題八・図四

問六　帯分数と 0 を含めて割る

正答　(1) 2　(2) $\frac{7}{10}$　(3) $\frac{3}{5}$　(4) 1　(5) 0　(6) 定義できません。

考え方　(1) は $\frac{7}{3} \div \frac{7}{6} = \frac{7}{3} \times \frac{6}{7} = 2$。(2) は $\frac{7}{4} \div \frac{5}{2} = \frac{7}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{7}{10}$ です。(3) は 1 で割るので変わりません。(4) は同じ 0 でない数で割るので 1 です。

理由の確認　(5) は $\frac{2}{3} \times 0 = 0$ と元に戻るので、商は 0 です。(6) は 0 に何を掛けても $\frac{2}{3}$ にはならないため、定義できません。0 の逆数を使うこともできません。

← 戻り先：第四節・第六節・例題九

問七　大小を計算前に判断する

正答　(1) <　(2) >　(3) <　(4) =

考え方　(1) は、正の数 $\frac{5}{6}$ を、0 より大きく 1 より小さい $\frac{2}{3}$ 倍にするので小さくなります。(2) は $\frac{2}{3}$ の逆数 $\frac{3}{2}$ を掛けるので大きくなります。(3) は 1 より大きい $\frac{4}{3}$ で割るので小さくなります。(4) はもとの数が 0 なので 0 です。

←　戻り先：第七節・例題十・図五

問八　場面と単位を選ぶ

正答　(1) 10 本　(2) $\frac{5}{72}$ m　(3) 24L　(4) 満杯 4 個、残り $\frac{1}{6}$ L

考え方　(1) は $\frac{5}{6} \div \frac{1}{12} = \frac{5}{6} \times 12 = 10$ で、求めるものは本数です。(2) は $\frac{5}{6} \times \frac{1}{12} = \frac{5}{72}$ で、求めるものは長さです。(3) は $18 \div \frac{3}{4} = 24$。$24 \times \frac{3}{4} = 18$ と戻ります。

理由の確認　(4) の数値の商は $\frac{3}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$ です。容量 $\frac{1}{3}$ L の 4 個分と、その半分に当たります。満杯は 4 個で、入れた水は $\frac{1}{3} \times 4 = \frac{4}{3}$ L、残りは $\frac{3}{2} - \frac{4}{3} = \frac{1}{6}$ L です。残りは容器 1 個の容量 $\frac{1}{3}$ L より少ないことも確かめます。

←　戻り先：第八節・例題十一・例題十二・図六・図七

問九　説明と答えを点検する

正答　(1) $\frac{15}{8}$　(2) $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$　(3) 正しいです。

考え方　(1) は、割る数 $\frac{2}{5}$ の逆数 $\frac{5}{2}$ を掛け、$\frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8}$ です。割られる数の逆数を取っていました。$\frac{2}{5} \times \frac{15}{8} = \frac{3}{4}$ と確かめられます。

問九 (2) は $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ なので、$\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$ です。整数部分と分数部分を別々に掛けて足すだけでは、積全体を求められません。$1 + \frac{1}{2}$ を $1\frac{1}{2}$ 倍するので、1 を $1\frac{1}{2}$ 倍した $\frac{3}{2}$ と、$\frac{1}{2}$ を $1\frac{1}{2}$ 倍した $\frac{3}{4}$ の和、$\frac{9}{4}$ になります。

理由の確認　問九（3）は$\frac{3}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{10}$となり、割られる数へ戻ります。商の意味に合っているので、答えは正しいです。

← **戻り先：**第三節・第五節・第七節・例題五・例題七

到達確認の解答

確認一　意味と理由を説明する

正答　（1）$\frac{1}{15}$、6区画分、積$\frac{2}{5}$　（2）商$\frac{5}{4}$　（3）正しくありません。

考え方　（1）は全体が$3 \times 5 = 15$区画に分かれ、2列と3行が重なる$2 \times 3 = 6$区画を選びます。$\frac{6}{15}$を約分すると$\frac{2}{5}$です。

（2）は、割られる数と割る数の両方に$\frac{3}{2}$を掛けます。割る数は$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$になるので、商は$\frac{5}{6} \times \frac{3}{2} = \frac{5}{4}$です。両方を同じ正の数倍にしても、商は変わりません。

（3）は、0より大きく1より小さい$\frac{2}{5}$で正の数を割るので、もとの数より大きくなります。$\frac{2}{5}$の逆数$\frac{5}{2}$を掛けることからも分かります。実際の商は$\frac{15}{8}$です。

← **戻り先：**第二節・第五節・第七節・例題二・例題七・図二

確認二　計算の手順を確かめる

正答　（1）$\frac{3}{10}$　（2）$\frac{15}{16}$　（3）$\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

考え方　（1）は$\frac{5}{12} \times \frac{18}{25} = \frac{90}{300} = \frac{3}{10}$です。5と25、18と12を先に約分しても計算できます。（2）は$\frac{7}{8} \times \frac{15}{14} = \frac{15}{16}$です。（3）は$\frac{9}{4} \div \frac{3}{2} = \frac{9}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{3}{2}$です。帯分数を仮分数にしてから、割る数の逆数を掛けます。

← **戻り先：**第三節・第五節・第六節・例題四・例題九

確認三　場面と答えを検証する

正答　(1) $\frac{1}{6}$ m　(2) 2 本、残り $\frac{3}{20}$ m　(3) 定義できません。

考え方　(1) は、最初に $2 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$ m を使い、$2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$ m 残ります。次の基準はこの $\frac{1}{2}$ m です。その $\frac{2}{3}$、つまり $\frac{1}{3}$ m を使うので、最後は $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ m です。

理由の確認　(2) の商は $\frac{9}{10} \div \frac{3}{8} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$ です。完全に取れるのは 2 本で、残りは $\frac{9}{10} - \frac{3}{8} \times 2 = \frac{3}{20}$ m です。$\frac{3}{8} \times 2 + \frac{3}{20} = \frac{9}{10}$ と戻り、残りも $\frac{3}{8}$ m より短いことを確かめます。商の分数部分 $\frac{2}{5}$ は、$\frac{3}{8}$ m の $\frac{2}{5}$ 倍に当たり、残った長さそのものの数値ではありません。

(3) は、0 にどんな商を掛けても 0 であり、割られる数 $\frac{1}{2}$ へ戻せません。商を 0 とすればよいわけではなく、0 で割る式自体を定義できません。

← **戻り先：**第四節・第六節・第八節・例題十一・例題十二

第十一章

計算の法則と工夫

25 × 7 × 4 を、25 × 4 × 7 と計算すると、100 の 7 倍なので 700 です。順序を変えても、答えは同じなのでしょうか。これまで使ってきた工夫の根拠を整理し、計算の順序やまとめ方を自分で選べるようにします。

使う知識　整数の四則（第五〜七章）、小数の四則（第八章）、分数の四則・約分・逆数（第九・十章）。括弧と計算順序は、最初に確認します。

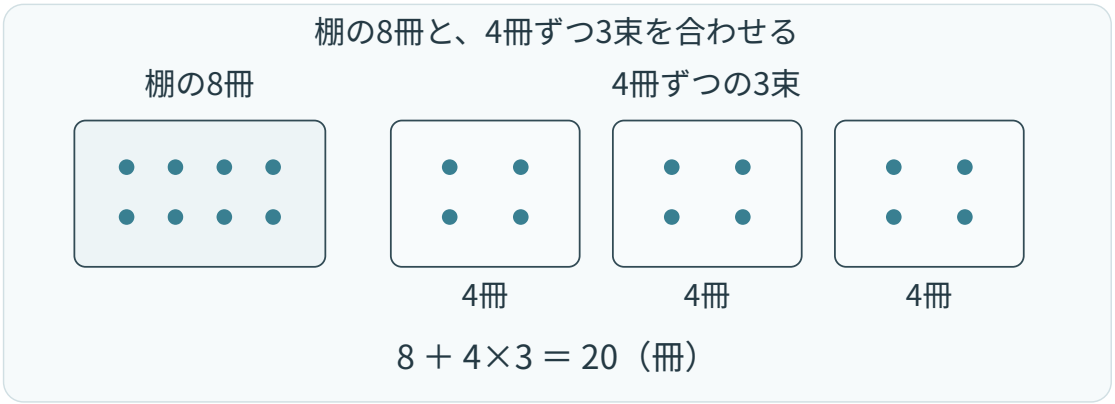
進み方　交換・結合は問二・三、分配は問四・五、小数・分数は問七で確かめます。到達確認から始めてもかまいません。この章は 0 以上の数を扱い、0 で割る式は定義しません。引き算は、引ける範囲で考えます。

一　計算の順序と括弧を確かめる

まず、一つの式をどの順序で計算するかを確かめます。式をそのまま計算する順序と、法則によって別の式へ書き換えることは区別します。

例題一　まとまりを先に求める

棚に本が 8 冊あります。ほかに、4 冊ずつの束が 3 束あります。本は全部で何冊ですか。



図一　丸一つを本 1 冊に対応させています。4 冊ずつ 3 束の 12 冊を求め、もとの 8 冊と合わせます。

束に入った本は 4 × 3 = 12 冊です。そこへ棚の 8 冊を足すので、全部で 20 冊です。8 + 4 × 3 では、掛け算を先に計算します。

$$8 + 4 \times 3 = 8 + 12 = 20$$

これに対して、$(8+4)\times 3$ なら、括弧の中の $8+4$ を先に計算するので 36 です。括弧は、先に一まとまりとして計算する部分を示します。

$$(8+4)\times 3 = 12\times 3 = 36$$

計算する順序

括弧の中を先に計算します。その後、掛け算・割り算を足し算・引き算より先に計算します。掛け算と割り算が続く場合も、足し算と引き算が続く場合も、同じ優先順位の計算は左から進めます。掛け算だけを割り算より先にするわけではありません。

$$24\div 6\times 2 = 4\times 2 = 8 \qquad 18-7+3 = 11+3 = 14$$

問一　計算の順序を確かめる

計算の順序に従って、途中の式と答えを書いてください。

問一　計算・答え

(1) $8+4\times 3$ 答え　＿＿＿＿＿＿	(2) $(8+4)\times 3$ 答え　＿＿＿＿＿＿
(3) $24\div 6\times 2$ 答え　＿＿＿＿＿＿	(4) $18-7+3$ 答え　＿＿＿＿＿＿

二　足す順序と掛ける順序を変える

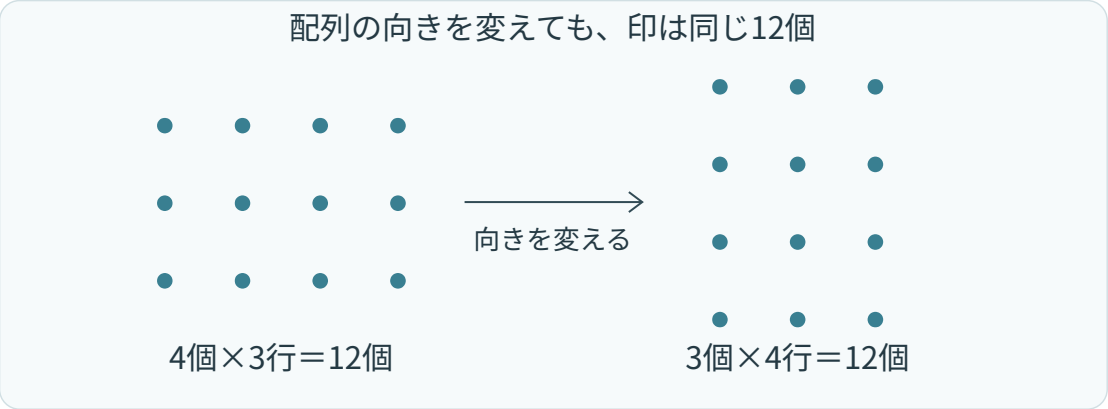


足し算では二つの数の順序を入れ替えても、合計は変わりません。二つのまとまりを合わせるとき、どちらから数え始めても、数えるものは同じだからです。

$$37+25 = 25+37 = 62$$

例題二　同じ配列を二つの向きから読む

図二の印の個数を、4 × 3 と 3 × 4 で求めてください。



図二　どちらも同じ 12 個です。左は 1 行 4 個が 3 行、右は 1 行 3 個が 4 行あります。

4 個ずつ 3 行と、3 個ずつ 4 行は、ともに 12 個です。配列の向きを変えても個数は変わりません。掛け算でも、二つの数の順序を入れ替えて積を求められます。

$$4 \times 3 = 3 \times 4 = 12$$

足し算や掛け算で、二つの数の順序を入れ替えても値が変わらないことを交換法則といいます。小数・分数の場合も成り立ちます。その理由は第七節で確かめます。

引き算と割り算にはそのまま使えない

12 ÷ 3 は 4、3 ÷ 12 は四分の一で、値は異なります。また、8 − 3 = 5 だからといって、3 − 8 も 5 とはいえません。もし差が 5 なら、逆算の 8 + 5 が 3 に戻るはずですが 13 です。引かれる数と引く数、割られる数と割る数の役割を保ちます。

$$12 \div 3 = 4 \qquad 3 \div 12 = \frac{1}{4}$$

問二　順序と数の役割を読む

(1) 図二の二つの配列は、それぞれ何個ですか。4 × 3 と 3 × 4 で同じ個数を求められる理由を短く説明してください。

（2）1冊120円のノートを5冊買います。代金は 120 × 5 でも 5 × 120 でも計算できます。この場面を「1冊5円で120冊買った」と読み替えてよいですか。理由も示してください。

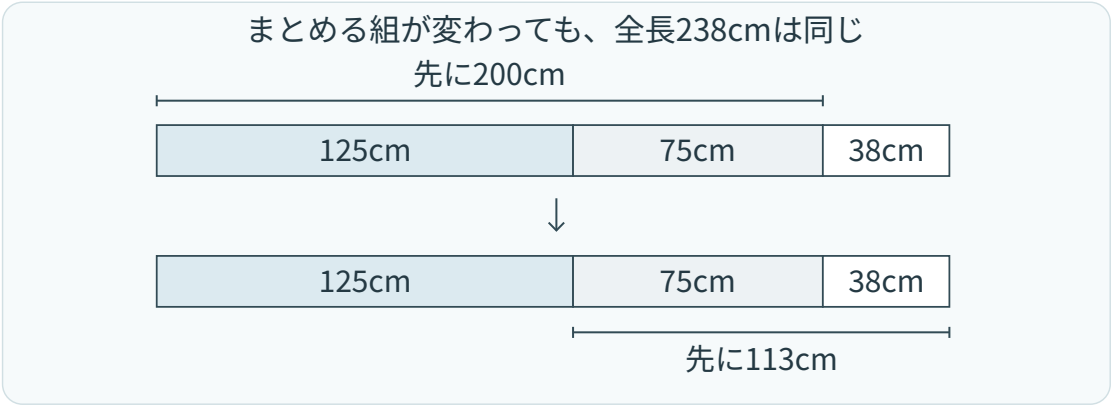
（3）12 ÷ 3 と 3 ÷ 12 を計算し、割り算にも交換法則が成り立つといえるか判断してください。

三　計算する組を変える

数の順序を保ったまま、先に計算する組を変えることも考えます。足し算だけ、または掛け算だけが続く場合は、どこからまとめても同じ値になります。

例題三　先に合わせる二つの長さを変える

125cm、75cm、38cm の帯の合計の長さを求めてください。



図三　上下は同じ縮尺・同じ全長です。先にまとめる組を変えても、合計は 238cm です。

125 + 75 を先に計算すると 200 になり、38 を足して 238 です。75 + 38 を先に計算しても、125 + 113 = 238 になります。足す長さも個数も変えていません。

$$(125 + 75) + 38 = 125 + (75 + 38) = 238$$

例題四　100 になる組を選ぶ

25 × 7 × 4 を、計算しやすい順序と組で求めてください。

25 と 4 を先に掛けると 100 になります。まず交換法則で 7 と 4 の順序を入れ替え、25 × 4 を一つの組として計算します。

$$(25 \times 7) \times 4 = (25 \times 4) \times 7 = 100 \times 7 = 700$$

紙 25 枚入りの袋を、1 箱 4 袋ずつ 7 箱に詰めると考えましょう。

25 × 4 = 100 で、1 箱は 100 枚です。袋の総数 4 × 7 = 28 を先に求めても、同じ紙の全体を数えています。100 × 7 も 25 × 28 も 700 です。

このように、同じ掛け算の中で先に計算する組を変えても、全体は変わりません。「因数」は、積を作っている掛け合わせる数のことです。ここでは 25、4、7 が因数です。

足し算や掛け算で、数の順序を保ったまま先に計算する組を変えても、値が変わらないことを結合法則といいます。例えば、(25 × 4) × 7 と 25 × (4 × 7)は同じ値です。交換は順序の変更、結合は組の変更です。両方を使う工夫もできます。

$$(25 \times 4) \times 7 = 25 \times (4 \times 7) = 700$$

問三　組み合わせて計算する

計算しやすい順序や組を選び、途中の式と答えを書いてください。

問三　計算・答え

（1）125 + 48 + 75 答え　＿＿＿＿＿＿＿＿	（2）36 + 125 + 64 + 75 答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

問三　計算・答え

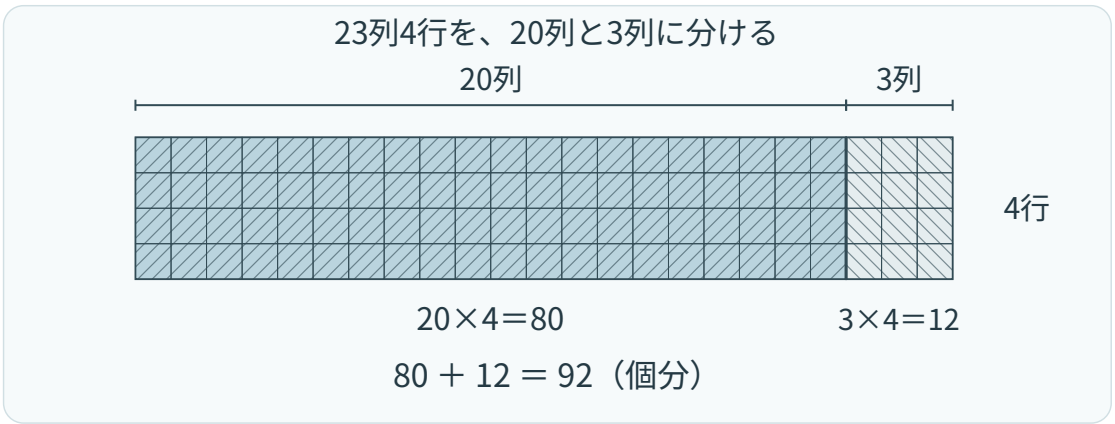
（3）25 × 7 × 4 答え　＿＿＿＿＿＿	（4）125 × 7 × 8 答え　＿＿＿＿＿＿
（5）0 + 63 + 37 答え　＿＿＿＿＿＿	（6）1 × 25 × 4 答え　＿＿＿＿＿＿

四　一つの積を分けて考える

　掛けられる数を、足し算や引き算で表して考える方法があります。分けたそれぞれに同じ数を掛ければ、もとの積を求められます。

例題五　23 を 20 と 3 に分ける

23 × 4 を、23 = 20 + 3 として計算してください。



図四　1 区画を 1 個分として数えます。左は 20 × 4 = 80 個分、右は 3 × 4 = 12 個分です。

23 個ずつ 4 行の配列を、20 個ずつ 4 行と 3 個ずつ 4 行に分けます。80 個分と 12 個分を合わせるので、92 個分です。分けた後も、どの区画も一度ずつ数えています。

$$(20 + 3) \times 4 = 20 \times 4 + 3 \times 4 = 80 + 12 = 92$$

和に同じ数を掛けるとき、各項にその数を掛けてから足しても同じ値になることを、分配法則といいます。「項」は、足し算や引き算で区切られた部分です。20 と 3 の両方を 4 倍します。片方にだけ 4 を掛けてはいけません。

掛ける数の方を和や差に分けても、交換法則を使えば同じように考えられます。例えば 25 × (10 + 2) = 25 × 10 + 25 × 2 です。

例題六　100 倍から余分を引く

98 × 25 を、98 = 100 − 2 として計算してください。

100 × 25 では、もとの 98 × 25 より 2 × 25 だけ多く計算しています。その 50 を引きます。差に掛ける場合も、二つの部分の両方に同じ数を掛けてから差を求められます。ここでは、大きい方から小さい方を引ける範囲を扱います。

$$(100 - 2) \times 25 = 100 \times 25 - 2 \times 25 = 2500 - 50 = 2450$$

2450 に余分として引いた 50 を戻すと 2500 で、100 × 25 に一致します。計算の工夫と、答えの確かめ方を結びつけられます。

問四　積を分けて計算する

掛け合わせる数の一方を和や差で表し、分配法則を使った式と答えを書いてください。

問四　計算・答え

（1）32 × 6

答え　＿＿＿＿＿＿

（2）98 × 5

答え　＿＿＿＿＿＿

問四　計算・答え

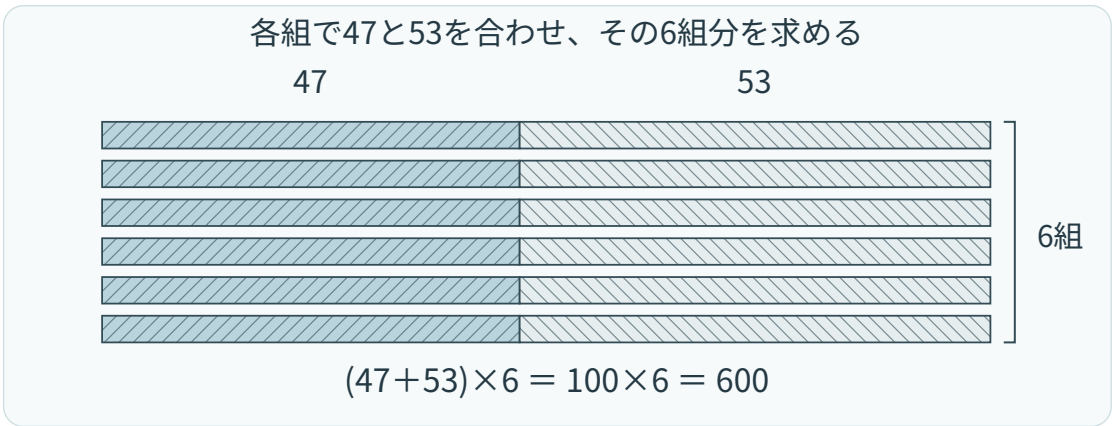
（3）19×24 答え　＿＿＿＿＿＿	（4）103×8 答え　＿＿＿＿＿＿
（5）25×12 答え　＿＿＿＿＿＿	（6）$(35 + 65) \times 0$ 答え　＿＿＿＿＿＿

五　共通する数でまとめる

分配法則は、逆向きにも使えます。いくつかの積に共通する因数があれば、一つの積にまとめてから計算できます。

例題七　先に 47 と 53 を合わせる

$47 \times 6 + 53 \times 6$ を、共通する因数 6 を使って計算してください。



図五　各帯が 1 組分です。47 と 53 を先に合わせると、100 が 6 組分になります。

47 が 6 個分と 53 が 6 個分あります。1 組の中の 47 と 53 を合わせれば 100 で、それが 6 組分です。分配法則で分ける前の形へ戻しています。

$$47 \times 6 + 53 \times 6 = (47 + 53) \times 6 = 100 \times 6 = 600$$

積の差でも、共通する因数でまとめられます。$42 \times 16 - 42 \times 6$ は、42 が 16 個分あるところから 6 個分を引くので、10 個分です。

$$42 \times 16 - 42 \times 6 = 42 \times (16 - 6) = 420$$

1 個分も見落とさない

$34 \times 11 - 34$ では、最後の 34 は 34×1 です。34 が 11 個分あるところから 1 個分を引くので、$34 \times (11 - 1) = 340$ とまとめられます。因数としての 1 が書かれていない場合もあります。

問五　共通する数でまとめる

共通する因数を使って一つの積にまとめてから、計算してください。

問五　計算・答え

(1) $28 \times 6 + 72 \times 6$ 答え　＿＿＿＿＿＿	(2) $17 \times 25 + 23 \times 25$ 答え　＿＿＿＿＿＿
(3) $46 \times 9 - 46 \times 4$ 答え　＿＿＿＿＿＿	(4) $125 \times 7 + 125 \times 1$ 答え　＿＿＿＿＿＿

問五　計算・答え

（5）$18 \times 36 + 18 \times 64$

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（6）$34 \times 11 - 34$

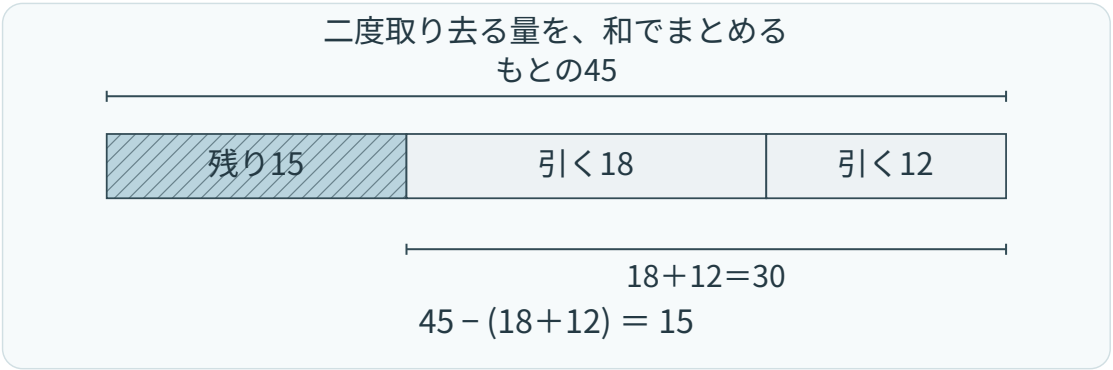
答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

六　引き算と割り算の変形を確かめる

引き算や割り算では、交換法則や結合法則をそのまま使えません。ただし、演算の意味を保って別の形へ直せる場合はあります。どの演算に変わるかを確かめましょう。

例題八　二度引く量を合わせる

45 − 18 − 12 を、一度の引き算にまとめて計算してください。



図六　取り去る量は 18 と 12 で、合計 30 です。45 から 30 を引くと 15 が残ります。

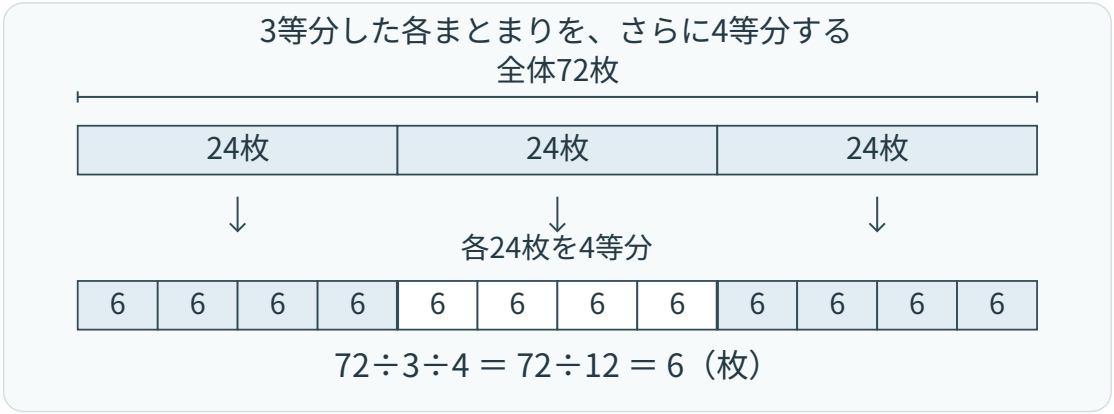
45 から 18 を取り去り、さらに 12 を取り去ります。取り去る量の合計 18 + 12 を、一度に引いても同じです。ここでは、取り去る量の合計がもとの量以下である場合を考えています。

$$45 - 18 - 12 = 45 - (18 + 12) = 45 - 30 = 15$$

括弧の中を 18 − 12 にしてはいけません。45 − (18 − 12)なら 45 − 6 = 39 で、別の計算です。引き算どうしでは、括弧の場所を変えると値が変わる場合があります。

例題九　二段階の等分をまとめる

72 枚の紙を 3 人で等分し、各人が受け取った紙をさらに 4 組に等分します。1 組は何枚ですか。



図七　全体は上も下も 72 枚です。3 つに等分した各まとまりを、さらに 4 つに等分すると、全体で 12 等分になります。

最初に 72 ÷ 3 = 24 枚ずつ配り、それを 4 等分するので 24 ÷ 4 = 6 枚です。初めから全体を 3 × 4 = 12 等分しても同じです。二つの数で順に割る計算は、その積で一度割る計算へ変えられます。どちらの除数も 0 でないことが条件です。

$$72 \div 3 \div 4 = 72 \div (3 \times 4) = 72 \div 12 = 6$$

第十章の逆数を使えば、$72 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ と同じです。掛ける二つの分数をまとめると $\frac{1}{12}$ になり、12 で割ることに対応します。

$$72 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = 72 \times \frac{1}{12} = 6$$

一方、72 ÷ (3 ÷ 4)は $72 \div \frac{3}{4} = 96$ です。括弧の中を割り算にしても同じ値になるわけではありません。

商を保つ倍率に 0 は使えない

割られる数と割る数の両方を同じ正の数倍にしても、商は変わりません。しかし、両方を 0 倍すると除数も 0 になり、式が定義できなくなります。例えば 18 ÷ 6 = 3 を、(18 × 0) ÷ (6 × 0)へ直すことはできません。

問六　変形が成り立つか確かめる

（1）50 − 16 − 14 を、一度の引き算にまとめて計算してください。なぜ括弧の中を足し算にするかも示してください。

（2）84 ÷ 3 ÷ 7 を、一度の割り算にまとめて計算してください。除数を何にするかも示してください。

（3）24 ÷ 6 ÷ 2 と 24 ÷ (6 ÷ 2)は同じ値ですか。それぞれ計算し、24 ÷ 6 ÷ 2 を一度の割り算にまとめる正しい式も書いてください。

（4）18 ÷ 6 の両方の数を 0 倍して、(18 × 0) ÷ (6 × 0)へ直してよいですか。理由も示してください。

七　小数と分数へ法則をつなぐ



これらの法則は、小数や分数でも成り立ちます。有限小数や分数を同じ単位分数の個数へ直せば、足す順序や組を変えても合計が変わらないことを確かめられます。

分数の乗法では、分子どうし・分母どうしの積を作ります。それぞれの整数の積に、交換法則や結合法則を使えます。分配についても、単位をさらに等分して区画で

数えれば、分ける前後で選ぶ区画の合計は同じです。数例が一致するだけでなく、数の表し方と演算の意味に理由があります。

例題十　2.5 を 2 と 0.5 に分ける

0.4 × 2.5 を、分配法則を使って計算してください。

2.5 = 2 + 0.5 なので、0.4 の 2 倍と 0.5 倍を合わせます。分けた両方へ 0.4 を掛けています。

$$0.4 \times (2 + 0.5) = 0.4 \times 2 + 0.4 \times 0.5 = 0.8 + 0.2 = 1$$

例題十一　先にそれぞれを 12 倍する

$\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{6}\right) \times 12$ を、分配法則を使って計算してください。

括弧の中を通分してから 12 倍しても計算できます。ここでは、それぞれを先に 12 倍すると整数になることを使います。

$$\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{6}\right) \times 12 = \frac{3}{4} \times 12 + \frac{1}{6} \times 12 = 9 + 2 = 11$$

別の方法では、$\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{11}{12}$、$\frac{11}{12} \times 12 = 11$ となります。二つの手順が同じ値を表しているかを確かめられます。

ここまでの三つの法則を、変えているものに注目して整理します。

法則	変えられること	例
交換法則	足し算・掛け算の数の順序	37 + 25 = 25 + 37
結合法則	足し算どうし・掛け算どうしの組	(25 × 4) × 7 = 25 × (4 × 7)
分配法則	和や差への乗法と、各項の積の加減	(20 + 3) × 4 = 20 × 4 + 3 × 4

問七　小数と分数で工夫する

法則を使って計算しやすい式に変え、答えを求めてください。分数はできるだけ約分します。1を超える分数は、仮分数・帯分数のどちらでもかまいません。

問七　計算・答え

(1) $0.25 \times 1.7 \times 4$ 答え　＿＿＿＿＿＿	(2) $3.6 \times 2.5 + 6.4 \times 2.5$ 答え　＿＿＿＿＿＿
(3) 0.8×99 答え　＿＿＿＿＿＿	(4) $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) \times 12$ 答え　＿＿＿＿＿＿
(5) $\frac{3}{7} \times \frac{5}{8} + \frac{3}{7} \times \frac{3}{8}$ 答え　＿＿＿＿＿＿	(6) $\frac{5}{6} \times 13 - \frac{5}{6} \times 7$ 答え　＿＿＿＿＿＿

八　場面に合う工夫と検算を選ぶ



工夫は、数や場面を見て選びます。全てを同じ方法で計算する必要はありません。何を一つ分としているか、どの数量を合わせるかを確かめ、答えの単位も保ちましょう。

例題十二　1部の費用を先に合わせる

資料を18部作ります。1部につき印刷代120円と綴じ代30円が掛かるとき、総額は何円ですか。

1部に掛かる費用を先に合わせると150円で、それが18部分です。印刷代の合計と綴じ代の合計を別々に求めてから、合わせてもかまいません。

$$(120 + 30) \times 18 = 150 \times 18 = 2700$$

$$120 \times 18 + 30 \times 18 = 2160 + 540 = 2700$$

答えは2700円です。2700 ÷ 18 = 150 と逆算すれば、1部の費用 120 + 30 = 150 へ戻ります。法則で同じ値の式へ直すことと、答えを別の計算で確かめることを組み合わせます。

問八　場面と単位をそろえる

式と、単位を付けた答えを書いてください。どの部分をまとめたかが分かる途中の式を示します。

（1）資料を24部作ります。1部につき印刷代85円と綴じ代15円が掛かるとき、総額は何円ですか。

（2）長さ1.25mの帯が8本、長さ0.75mの帯も8本あります。合計の長さは何mですか。

（3）63枚の紙から、最初に18枚、次に12枚を使います。一度の引き算にまとめて、残りの枚数を求めてください。

（4）168 枚の紙を 7 人に同じ枚数ずつ配り、各人が受け取った紙を、さらに同じ枚数の 3 組に分けます。1 組は何枚ですか。

問九　説明と答えを点検する

（1）「$32 \times 6 = 30 \times 6 + 2 = 182$」という計算を直してください。分けた後に何を掛け忘れたかも説明してください。

（2）「$12 \times 8 + 12 \times 2 = 12 \times (8 \times 2) = 192$」という計算を直してください。括弧の中をどの演算にするかも説明してください。

（3）99×37 の答えを 3663 としました。100×37 を使った別の計算で、正しいか確かめてください。

到達確認

意味・手順・検証を確かめます。理由は文章・式・図で示せます。迷ったときは、解答の戻り先から読み直してください。

確認一　意味と条件を説明する

（1）27 × 6 + 73 × 6 を、共通する 6 を使って(□ + □) × □の形にまとめ、計算してください。使った法則と、なぜまとめられるかも説明してください。

（2）(48 + 12) × 5 と 48 + 12 × 5 は同じ値ですか。それぞれ計算し、括弧によって計算する部分がどう変わるか説明してください。

（3）36 ÷ 3 ÷ 2 と 36 ÷ (3 ÷ 2)は同じ値ですか。それぞれ計算し、36 ÷ 3 ÷ 2 を一度の割り算にまとめる正しい式も示してください。

確認二　計算の手順を確かめる

計算しやすい式へ変える途中の式と、答えを書いてください。分数はできるだけ約分します。

(1) $25 \times 13 \times 4$

(2) 102×35

(3) $\frac{5}{12} \times \frac{7}{9} + \frac{7}{12} \times \frac{7}{9}$

確認三　場面と答えを検証する

(1) 資料を 36 部作ります。1 部につき印刷代 90 円と製本代 10 円が掛かるとき、総額は何円ですか。式と答えを示し、逆算でも確かめてください。

（2）長さ 1.8m のひもが 6 本、長さ 20cm のひもも 6 本あります。1m = 100cm として、合計は何 m ですか。単位をそろえて式をまとめ、使った法則も示してください。

（3）「80 − 24 − 16 = 80 − (24 − 16)」という変形は正しいですか。二つの値を計算して確かめ、正しくない場合は、一度の引き算にする式を直してください。

この章から次へ

計算の工夫は、値を保つ理由を使って、式の表し方を整えることです。何を変え、何を保ったかを確かめれば、新しい数や場面にも考え方を持ち出せます。次の第三部では数量の関係へ進み、第十二章で「等しい」とはどういうことかを改めて考えます。

第十一章　解答と考え方

短い正答は横にまとめています。途中の式は一例です。指定された形や条件を満たす、別の正しい手順も使えます。法則名だけでなく、数・量・組のどこを変えたかが説明されているかを確かめます。

問一　計算の順序を確かめる

正答　（1）20　（2）36　（3）8　（4）14

考え方　（1）は $4 \times 3 = 12$ を先に求め、$8 + 12 = 20$ です。（2）は括弧の中の $8 + 4 = 12$ を先に求め、$12 \times 3 = 36$ です。（3）は左から $24 \div 6 = 4$、$4 \times 2 = 8$。（4）も左から $18 - 7 = 11$、$11 + 3 = 14$ です。掛け算だけを割り算より先にしたり、足し算だけを引き算より先にしたりしません。

←　戻り先：第一節・例題一・図一

問二　順序と数の役割を読む

正答　（1）どちらも 12 個　（2）読み替え不可　（3）4 と $\frac{1}{4}$（異なる）

考え方　（1）は同じ 12 個の印を、4 個ずつ 3 行、3 個ずつ 4 行と読んでいます。向きを変えても個数は変わりません。

（2）は、数値の積 $120 \times 5 = 5 \times 120 = 600$ を計算に使えますが、場面で与えられた 1 冊 120 円、5 冊という条件は変わりません。数値の積の順序と、数量の意味を区別します。（3）は $12 \div 3 = 4$、$3 \div 12 = \frac{1}{4}$ なので、割り算に交換法則は一般に成り立ちません。

←　戻り先：第二節・例題二・図二

問三　組み合わせて計算する

正答　（1）248　（2）300　（3）700　（4）7000　（5）100　（6）100

考え方　（1）は $(125 + 75) + 48 = 200 + 48 = 248$。（2）は $(36 + 64) + (125 + 75) = 100 + 200 = 300$ です。（3）は $(25 \times 4) \times 7 = 700$、（4）は $(125 \times 8) \times 7 = 7000$ です。

問三（5）は $0 + (63 + 37) = 100$、（6）は $1 \times (25 \times 4) = 100$ です。順序を入れ替えるときは交換法則、先に計算する組を変えるときは結合法則を使っています。0 を足すことや 1 を掛けることでも、値は変わりません。

←　戻り先：第二節・第三節・例題三・例題四・図三

問四　積を分けて計算する

正答　（1）192　（2）490　（3）456　（4）824　（5）300　（6）0

考え方　（1）は$(30+2)\times 6=180+12=192$。（2）は$(100-2)\times 5=500-10=490$。（3）は$(20-1)\times 24=480-24=456$です。

（4）は$(100+3)\times 8=800+24=824$。（5）は$25\times(10+2)=250+50=300$。（6）は$35\times 0+65\times 0=0+0=0$です。分けた全ての項に、同じ数を掛けています。

←　**戻り先：**第四節・例題五・例題六・図四

問五　共通する数でまとめる

正答　（1）600　（2）1000　（3）230　（4）1000　（5）1800　（6）340

考え方　（1）は$(28+72)\times 6=600$。（2）は$(17+23)\times 25=1000$。（3）は$46\times(9-4)=230$です。

（4）は$125\times(7+1)=1000$。（5）は$18\times(36+64)=1800$。（6）は$34\times(11-1)=340$です。（6）の最後の34も34×1と考えます。共通の因数以外の部分を、もとの足し算・引き算で結びます。

←　**戻り先：**第五節・例題七・図五

問六　変形が成り立つか確かめる

正答　（1）20　（2）4　（3）2と8で異なります。　（4）直せません。

考え方　（1）は$50-(16+14)=50-30=20$です。取り去る二つの量を合わせるので、括弧の中は足し算です。（2）は$84\div(3\times 7)=84\div 21=4$です。

理由の確認　問六（3）は、$24\div 6\div 2=4\div 2=2$に対し、$24\div(6\div 2)=24\div 3=8$です。正しくまとめると$24\div(6\times 2)=24\div 12=2$です。（4）は$(18\times 0)\div(6\times 0)$が$0\div 0$になり、定義できません。もとの$18\div 6=3$の値を保つ変形ではありません。

←　**戻り先：**第一節・第六節・例題八・例題九・図六・図七

問七　小数と分数で工夫する

正答　（1）1.7　（2）25　（3）79.2　（4）11　（5）$\frac{3}{7}$　（6）5

考え方　（1）は$(0.25\times 4)\times 1.7=1.7$。（2）は$(3.6+6.4)\times 2.5=10\times 2.5=25$です。（3）は$0.8\times(100-1)=80-0.8=79.2$です。

問七（4）は$\frac{2}{3}\times 12+\frac{1}{4}\times 12=8+3=11$。（5）は$\frac{3}{7}\times\left(\frac{5}{8}+\frac{3}{8}\right)=\frac{3}{7}\times 1=\frac{3}{7}$です。（6）は$\frac{5}{6}\times\left(13-7\right)=\frac{5}{6}\times 6=5$です。分数の計算では、まとめることで通分や約分がしやすくなる場合があります。

← **戻り先：**第三節・第四節・第五節・第七節・例題十・例題十一

問八　場面と単位をそろえる

正答　（1）2400円　（2）16m　（3）33枚　（4）8枚

考え方　（1）は$(85+15)\times 24=100\times 24=2400$です。（2）は$(1.25+0.75)\times 8=2\times 8=16$です。それぞれ、1部の費用や、同じ本数ずつある帯の長さを先に合わせています。

（3）は$63-(18+12)=63-30=33$です。（4）は$168\div 7\div 3=168\div(7\times 3)=168\div 21=8$です。全体で$7\times 3=21$組へ同じ枚数ずつ分けることになります。求めるものに合わせて、円・m・枚を付けます。

← **戻り先：**第五節・第六節・第八節・例題十二・図七

問九　説明と答えを点検する

正答　（1）192　（2）120　（3）正しいです。

考え方　（1）は$32\times 6=30\times 6+2\times 6=180+12=192$です。分けた2の方に6を掛け忘れています。（2）は$12\times(8+2)=12\times 10=120$です。共通する12以外の部分は、もとの式に合わせて足します。

理由の確認　問九（3）は、$99\times 37=(100-1)\times 37=3700-37=3663$です。$3663+37=3700$と戻しても、$100\times 37$に一致します。元の掛け算をそのまま繰り返す以外の確かめ方です。

← **戻り先：**第四節・第五節・第八節・例題六・例題七

到達確認の解答

確認一　意味と条件を説明する

正答　（1）$(27+73)\times 6=600$　（2）$300\neq 108$　（3）$6\neq 24$

考え方　（1）は分配法則を逆向きに使っています。27が6個分、73が6個分あるので、27と73を先に合わせた100の6個分です。

確認一（2）は、$(48+12)\times 5=60\times 5=300$、$48+12\times 5=48+60=108$です。括弧がある場合は和全体を5倍し、ない場合は12だけを先に5倍しています。

理由の確認　確認一（3）は $36 \div 3 \div 2 = 12 \div 2 = 6$、$36 \div (3 \div 2) = 36 \div \frac{3}{2} = 24$ です。一度の割り算にする正しい式は $36 \div (3 \times 2) = 36 \div 6 = 6$ です。割り算の括弧をそのまま付け替えることとは違います。

← **戻り先：**第一節・第四節・第五節・第六節・例題五・例題九

確認二　計算の手順を確かめる

正答　（1）1300　（2）3570　（3）$\frac{7}{9}$

考え方　（1）は $(25 \times 4) \times 13 = 100 \times 13 = 1300$ です。交換法則と結合法則を使います。（2）は $(100 + 2) \times 35 = 3500 + 70 = 3570$ です。（3）は $\left(\frac{5}{12} + \frac{7}{12}\right) \times \frac{7}{9} = 1 \times \frac{7}{9} = \frac{7}{9}$ です。共通する因数 $\frac{7}{9}$ でまとめています。

← **戻り先：**第三節・第四節・第五節・第七節・例題四・例題十一

確認三　場面と答えを検証する

正答　（1）3600 円　（2）12m　（3）正しくありません。

考え方　（1）は $(90 + 10) \times 36 = 100 \times 36 = 3600$ です。逆算すると $3600 \div 36 = 100$ で、1 部の費用 $90 + 10$ に戻ります。

確認三（2）は 20cm = 0.2m にそろえます。$(1.8 + 0.2) \times 6 = 2 \times 6 = 12$ なので、合計 12m です。共通する本数 6 でまとめる、分配法則の逆向きの使い方です。1.8 に 20 をそのまま足さず、同じ長さの単位にします。

理由の確認　確認三（3）は $80 - 24 - 16 = 56 - 16 = 40$ です。一方、$80 - (24 - 16) = 80 - 8 = 72$ です。正しく一度の引き算にするには $80 - (24 + 16) = 80 - 40 = 40$ とします。二度にわたって取り去る量は、差ではなく和でまとめます。

← **戻り先：**第一節・第五節・第六節・第八節・例題八・例題十二・図六

第三部　数量の関係を捉える

第十二章

「等しい」とはどういうことか

8 + 5 = 13 は見慣れた式です。では、13 = 8 + 5 や、8 + 5 = 6 + 7 はどうでしょうか。等号の両側を読み直すと、計算の答えだけでなく、数や量の関係が見えてきます。

使う知識　数と単位（第一章）、小数・分数の同じ値（第二〜四章）、四則と逆算（第五〜十章）、括弧と計算の法則（第十一章）。必要な換算は本文や問題でも示します。

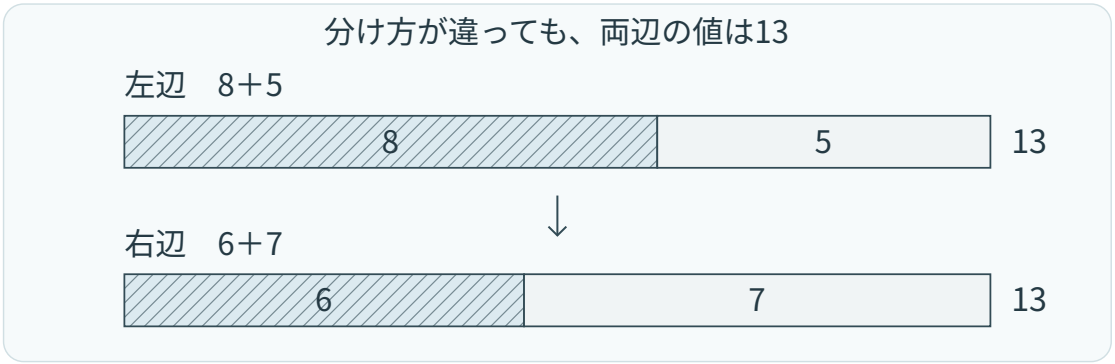
進み方　等号の読み方は問一・二、単位は問三、同じ操作と 0 の条件は問四・五、□の計算は問六で確かめます。この章も 0 以上の数を扱い、引き算は引ける範囲、割り算は除数が 0 でない範囲で考えます。

一　等号の左右を読む

等号「 = 」は、左右の式が表す値が等しいことを示します。等号を含む式を等式と呼び、等号の左側を左辺、右側を右辺、両方を合わせて両辺といいます。

例題一　二つの式が表す値を比べる

8 + 5 と 6 + 7 は、等号で結べますか。



図一　上下の全長は同じです。8 と 5 を合わせても、6 と 7 を合わせても 13 になります。

8 + 5 も 6 + 7 も 13 です。数字の並びや計算する数が違っても、表している値は同じなので等号で結べます。

$$8 + 5 = 6 + 7$$

左辺には式、右辺には答えだけを書くという決まりではありません。13 = 8 + 5 も正しい等式です。等号のどちら側から読んでも、同じ値を表していることを確かめます。

問一　等号の左右を判断する

正しい等式にはア、正しくないものにはイと答えてください。両辺をそれぞれ計算して判断します。

(1) 9 + 6 = 7 + 8

ア・イ　＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) 15 = 9 + 6

ア・イ　＿＿＿＿＿＿＿＿

(3) 9 + 6 = 15 + 2

ア・イ　＿＿＿＿＿＿＿＿

(4) 9 + 6 = 10 + 5

ア・イ　＿＿＿＿＿＿＿＿

二　等しい式をつなぐ

計算の途中を等号でつなぐときも、つないだ式の値は全て同じでなければなりません。順に何かをしたというだけでは、等号で結べません。

例題二　計算の流れを正しく記す

12 と 8 を足し、その答えを 4 で割ります。途中の計算を等号でつないで表してください。

全体の計算は(12 + 8) ÷ 4 です。括弧の中の和を求めて 20 とし、それを 4 で割ります。

$$(12 + 8) \div 4 = 20 \div 4 = 5$$

どの部分の値も 5 です。これを「12 + 8 = 20 ÷ 4 = 5」と書くと、最初の 12 + 8 の値は 20、次の 20 ÷ 4 の値は 5 となり、等号で結べません。足した答えを使うなら、12 + 8 = 20、20 ÷ 4 = 5 と二つの計算に分けてもかまいません。

左右を入れ替えることと、つなぐこと

等しい二つの式は、左右を入れ替えても等しいままです。また、13 = 8 + 5 で、8 + 5 = 6 + 7 なら、13 と 6 + 7 も等しくなります。同じ値を表す式を介して結んでいます。

$$13 = 8 + 5 = 6 + 7$$

問二　等号のつなぎ方を確かめる

（1）9 と 7 を足して、その答えから 5 を引く計算を「9 + 7 = 16 − 5 = 11」と書きました。等号で結べない箇所を説明し、全体の計算を正しい一続きの式に直してください。

（2）「6 × 4 = 24 = 30 − 6」は正しい等式ですか。それぞれの部分の値から理由を説明してください。

（3）15 = 7 + 8 の左右を入れ替えてください。さらに、7 + 8 = 3 × 5 であることから、15 と 3 × 5 の関係を式で示してください。

左右を入れ替えた式　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

15 と 3 × 5 の関係　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

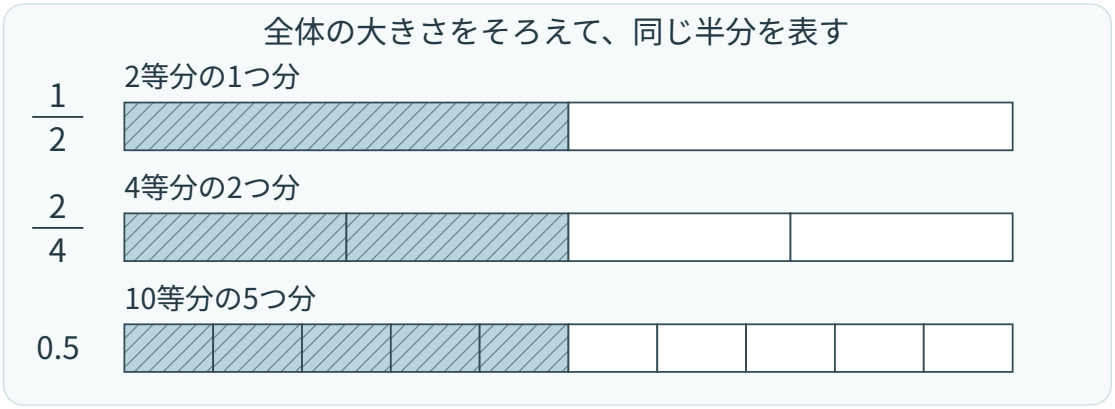
三　表し方と単位を確かめる



同じ数を、分数や小数など別の形で表せます。何を全体の 1 としたかをそろえ、同じ大きさを表しているか確かめます。

例題三　同じ全体の半分を読む

$\frac{1}{2}$、$\frac{2}{4}$、0.5 の関係を、同じ大きさの帯で確かめてください。



図二　どの帯も全体を 1 としています。塗った部分は、どれも同じ全体の半分です。

二等分の一つ分と、四等分の二つ分は同じ大きさです。0.5 も、0.1 の五つ分で同じ半分を表します。

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = 0.5$$

図の全体の大きさを別々に変えてしまうと、塗った部分の量も変わることがあります。数としての$\frac{1}{2}$が等しいことと、何の半分を量として比べるかは区別します。

例題四　数値が違っても同じ長さを表す

1m = 100cm として、0.8m と 80cm は同じ長さか確かめてください。

0.8m を cm で表すと、$0.8 \times 100 = 80$ なので 80cm です。0.8m = 80cm は、同じ長さを異なる単位で表した等式です。一方、単位を取り去った 0.8 と 80 は異なる数です。

比べているものを確かめる

数の値を比べているのか、同じ種類の量を比べているのかを確かめます。同じ量でも、単位を変えると数値が変わります。重さと長さなど、異なる種類の量を数値だけで等しいとはいえません。

問三　同じ数と同じ量を読む

（1）0.6、$\frac{3}{5}$、$\frac{6}{100}$ のうち、等しい二つを等号で結んでください。

等しい二つ　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）長さ 1m の帯の半分と、長さ 2m の帯の半分は同じ長さですか。何を全体としたかにも触れて説明してください。

（3）「0.75m = 75cm」と「0.75 = 75」は、それぞれ正しいですか。1m = 100cm として理由も示してください。

四　両辺に同じ操作をする

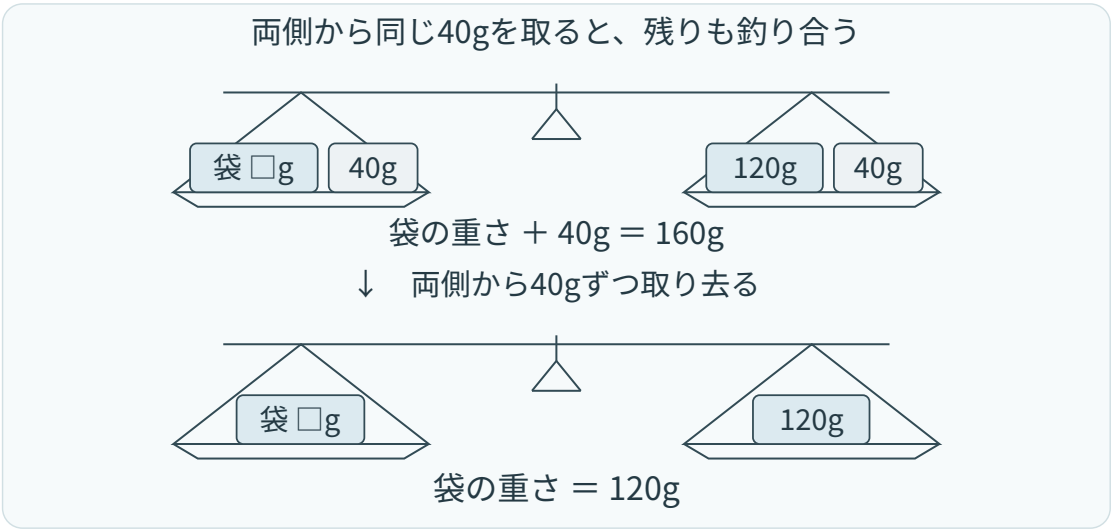


等しいものに同じ量を加えたり、同じ量を取り去ったりしても、等しさは保たれます。天秤の両側に同じ重さを載せる、または両側から同じ重さを取る場面を考えます。

例題五　両側から同じ重さを取り去る

袋一つと 40g のおもりが、合計 160g のおもりと釣り合っています。袋の重さは何 g ですか。

求める袋の重さを、g を単位にした数値□で表します。□は、この問題で求める一つの数です。同じ問題の中の□は同じ数を表します。



図三　上の右側 160g を 120g と 40g に分けています。両側から 40g ずつ取ると、袋と 120g が釣り合います。天秤とおもりの形は模式図で、大きさは重さの比を示しません。

g を単位にした数値で式を書くと、次のようになります。両辺から同じ 40 を引くので、袋だけの重さを求められます。

$$\square + 40 = 160$$

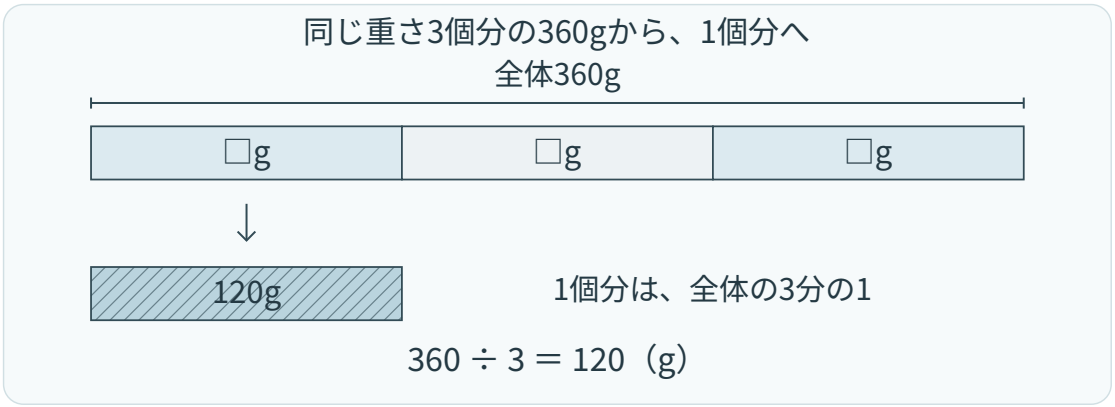
$$(\square + 40) - 40 = 160 - 40$$

$$\square = 120$$

答えは 120g です。もとの関係へ戻すと 120 + 40 = 160 で、確かに釣り合います。反対に、□ − 40 = 80 なら、両辺に 40 を足すことで□ = 120 と求められます。

例題六　同じ重さの 3 個分から 1 個分を求める

同じ重さの袋 3 個の合計が 360g です。1 個の重さは何 g ですか。



図四　同じ重さの袋なので、全体 360g を 3 等分できます。下の帯は、上の 1 区画と同じ縮尺です。

1 個の重さの数値を□とすると、□ × 3 = 360 です。両辺を同じ 3 で割れば、左辺は 1 個分になります。

$$(\square \times 3) \div 3 = 360 \div 3$$

$$\square = 120$$

1 個分が 120g なら、3 個分は 360g です。等しい両辺を同じ数倍にしても等しさは保たれますし、同じ 0 でない数で割っても等しさは保たれます。図は、この数量場面で操作の意味を確かめるためのものです。

数の式で条件をそろえる

片側だけに操作をせず、両辺に同じ操作をします。引き算は両方で引ける範囲とし、割り算の除数は 0 にしません。等式の各辺に複数の計算があるときは、それぞれの辺全体に操作します。

問四　両辺への操作を確かめる

（1）13 + 5 = 18 の両辺に 7 を足した等式を書き、両辺の値も求めてください。

（2）□ + 25 = 90 の両辺から 25 を引いて、□の数を求めてください。元の式に入れる確認も示してください。

（3）4 × □ = 180 の両辺を同じ数で割り、□を求めてください。何で割ったかと、元の式での確認も示してください。

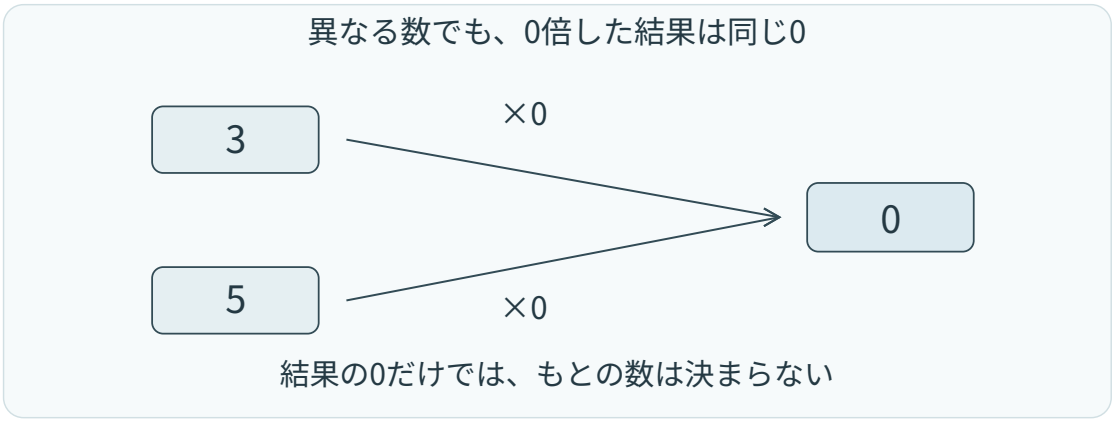
五　もとの関係へ戻れるか



等しさを保つことと、計算後の関係から元へ戻せることは区別します。とくに 0 倍は、元の数が違っても同じ結果になります。

例題七　0 倍した結果から元の数を決められるか

3 と 5 をそれぞれ 0 倍すると 0 です。この結果から、3 と 5 は等しいといえますか。



図五　3 も 5 も 0 倍すると 0 ですが、元の 3 と 5 は異なります。矢印は数の対応を示し、長さは数量を表しません。

$$3 \times 0 = 5 \times 0 = 0$$

結果が同じ 0 でも、3 と 5 が等しいことにはなりません。両辺を 0 倍すること自体は、正しい等式の等しさを保ちます。しかし、元の数についての情報が失われ、逆に元の等式を導けなくなります。

□の数を求めている途中で両辺を 0 倍すると、□を含む条件が 0 = 0 になってしまう場合があります。0 で割って戻すこともできません。元の関係を保って求めるには、掛けたり割ったりする数が 0 でないことを確かめます。

問五　0 を含む操作を判断する

(1) 正しい等式 6 = 6 の両辺を 0 倍すると、等しいままですか。計算して答えてください。

(2) 「4 × 0 = 9 × 0 だから、4 = 9 である」という考えは正しいですか。理由を説明してください。

(3) 等しい両辺を、どちらも 0 で割ってよいですか。理由を示してください。

六　□の数を求めて確かめる



等式が成り立つように□の数を求めるときは、□がどのような役割を持つかを読みます。両辺への同じ操作や逆算を使い、見つけた数を元の式へ入れて確かめます。式へ数を入れて確かめることを、代入して確かめるといいます。

例題八　割る数を求める

12 ÷ □ = 3 の□を求め、元の式で確認してください。

12 を□ずつのまとまりにすると 3 個あると考えれば、12 = 3 × □です。両辺を 3 で割ると□ = 4 になります。

$$12 = 3 \times \square \qquad \square = 12 \div 3 = 4$$

もとの式に 4 を入れると 12 ÷ 4 = 3 です。求めていたのは割られる数ではなく割る数であり、12 × 3 ではありません。この式では□は 0 にできません。

□は問題ごとに読む

同じ問題の中では同じ□に同じ数を入れます。別の問題の□が同じ数である必要はありません。□の数を求めただけで終えず、元の式の左辺と右辺が同じ値になるかを確かめます。

問六　□の数を求めて確かめる

途中の式と□に入る数を書いてください。空いたところに、その数を元の式へ代入して左右を確かめる式も書きます。

問六　計算・答え

(1) □ + 17 = 53 答え ＿＿＿＿＿＿	(2) 56 − □ = 19 答え ＿＿＿＿＿＿
(3) □ − 0.8 = 1.2 答え ＿＿＿＿＿＿	(4) 0.25 × □ = 3 答え ＿＿＿＿＿＿
(5) □ ÷ 6 = 2.5 答え ＿＿＿＿＿＿	(6) 12 ÷ □ = 3 答え ＿＿＿＿＿＿

問六　計算・答え

(7) $\frac{3}{4} + \square = 1$

答え　＿＿＿＿＿＿

(8) $(\square + 5) \times 3 = 36$

答え　＿＿＿＿＿＿

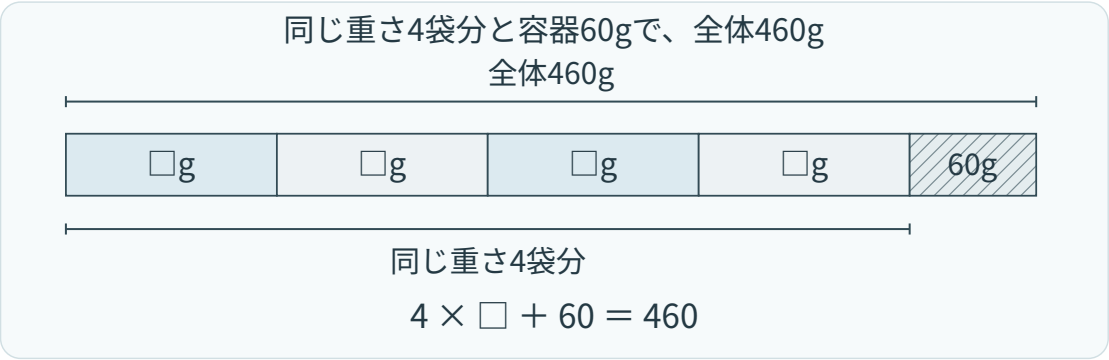
七　場面を等式に表す

□□=

場面の中で同じ量を二通りに表すと、等式を作れます。まず何を□にするかを決め、全体と部分、同じ個数分、単位の対応を読み取ります。

例題九　袋の重さと容器の重さを分ける

同じ重さの袋 4 個を重さ 60g の容器に入れると、全体で 460g です。袋 1 個の重さを求めてください。



図六　4 個の袋の重さを合わせ、容器の 60g を足すと全体 460g です。袋どうしは同じ重さです。

1 個の重さの数値を□として、g に単位をそろえると $4 \times \square + 60 = 460$ です。両辺から 60 を引き、さらに両辺を 4 で割ります。

$$4 \times \square + 60 = 460$$

$$4 \times \square = 400$$

$$\square = 100$$

答えは100gです。4 × 100 + 60 = 460 と元の関係へ入れて確かめます。全体460gをそのまま4で割ると、容器の重さまで4等分してしまいます。

問七　場面を等式に表す

（1）同じ重さの袋5個と、重さ50gの容器で、全体が650gでした。袋1個の重さの数値を□として等式を作り、重さを求め、元の式で確かめてください。

（2）一本の帯に長さ0.25mの帯をつなぐと、全体で1.5mになります。もとの帯の長さの数値を□とした等式を作り、その長さを求めてください。

（3）1冊120円のノート3冊と、1冊90円のノート4冊の総額は等しくなります。総額の関係を等式で示し、1冊の値段も等しいといえるか説明してください。

例題十　近い値と、正確に等しい値を分ける

$\frac{1}{3}$ を小数第三位までの概数で0.333と表しました。正確に $\frac{1}{3} = 0.333$ といえますか。

0.333を3倍すると0.999です。$\frac{1}{3}$ の3倍は1なので、二つは正確には同じ数ではありません。

$$0.333 \times 3 = 0.999$$

0.333 は、$\frac{1}{3}$ に近い概数です。「およそ等しい」を示す記号 $\approx$ を使えば、次のように表せます。$=$ と $\approx$ は役割が異なります。

$$\frac{1}{3} \approx 0.333$$

同じ値と、測定の記録

数としては $0.5 = 0.50$ です。測定の記録では、書いた桁が器具の目盛りや丸め方を示す場合もあります。数の値の等しさと、どこまで測った記録かは別に確かめます。表記だけから測定条件を決めつけません。

問八　概数との違いを確かめる

(1) $\frac{1}{3} = 0.333$ は正しいですか。両方を 3 倍することで確かめ、適切な関係記号でも表してください。

(2) 正確な計算結果 14.1 を、整数へ四捨五入して 14 と記録しました。14.1 と 14 を結ぶ記号は、$=$ と $\approx$ のどちらですか。理由も示してください。

到達確認

意味・手順・検証を確かめます。理由は文章・式・図で示せます。迷ったときは、解答の戻り先から読み直してください。

確認一　等号の意味を説明する

(1) 7 + 9 = □ + 6 が成り立つように□を求め、左右が等しいことを確かめてください。

(2) 18 を 3 で割り、その答えに 4 を足す計算を「18 ÷ 3 = 6 + 4 = 10」と書きました。どこが等しくないかを示し、正しい一続きの式に直してください。

(3) 「0.7m = 70cm」と「0.7 = 70」は、それぞれ正しいですか。1m = 100cm として、数値と長さに触れて説明してください。

確認二　□の数を求める

途中の式と答えを書き、元の式へ入れて左右の値を確認してください。

(1) $(\square - 1.5) \times 4 = 10$

(2) $\square \div \frac{3}{4} = 8$

(3) $1.2 + \square = 0.4 \times 9$

確認三　関係と結果を検証する

(1) 同じ重さの封筒 3 通と、重さ 30g のクリップで全体 210g です。封筒 1 通の重さの数値を□とする等式を作り、重さを求め、元の関係で検算してください。

（2）「$7 \times 0 = 11 \times 0$ だから、$7 = 11$ である」という考えを、0 倍と元の数との関係から検討してください。

（3）$\frac{1}{6}$ を小数第三位までの概数 0.167 で表しました。$\frac{1}{6} = 0.167$ と書いてよいか、6 倍して確かめ、適切な記号で表してください。

この章から次へ

等式では、両辺が同じ値や同じ量を表しているかを読みました。次章では、大きさが異なるときに、どれだけ違うか、何倍かを使って比較します。何を基準にし、どの関係を表しているかを確かめる姿勢は、ここでも共通です。

第十二章　解答と考え方

短い正答は横にまとめています。理由や途中の式は一例です。問題の条件を満たす別の正しい式や図でもかまいません。□に入れる数は、元の式の両辺が同じ値になるか確かめます。

問一　等号の左右を判断する

正答　(1) ア　(2) ア　(3) イ　(4) ア

考え方　(1) は両辺とも 15 です。(2) は左辺 15、右辺 9 + 6 = 15 です。(3) は左辺 15、右辺 15 + 2 = 17 で異なります。(4) は両辺とも 15 です。等号は、数字の並びや計算方法が同じことではなく、値が等しいことを示します。

← 戻り先：第一節・例題一・図一

問二　等号のつなぎ方を確かめる

正答　(1) (9 + 7) − 5 = 16 − 5 = 11　(2) 正しい　(3) 7 + 8 = 15、15 = 3 × 5

考え方　(1) の元の 9 + 7 は 16 ですが、16 − 5 は 11 なので、その二つを等号で結べません。直した式では、全ての部分が 11 を表します。(2) は 6 × 4、24、30 − 6 が全て 24 なので、正しい連鎖です。

考え方　(3) の解答例　左右を入れ替えた式は 7 + 8 = 15。つなげた関係は 15 = 3 × 5 です。15 と 7 + 8 が等しく、7 + 8 と 3 × 5 も等しいため、同じ 15 を表します。

← 戻り先：第一節・第二節・例題二

問三　同じ数と同じ量を読む

正答　(1) $0.6 = \frac{3}{5}$　(2) 異なる長さ　(3) 前者のみ正しい

考え方　(1) は $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0.6$ です。$\frac{6}{100}$ は 0.06 で、0.6 とは異なります。

問三 (2) は、1m の半分が 0.5m、2m の半分が 1m で、異なる長さです。「半分」という割合が同じでも、全体が違えば部分の量も変わります。(3) は 0.75m = 75cm で、同じ長さを表します。しかし 0.75 と 75 という数自体は異なります。

← 戻り先：第三節・例題三・例題四・図二

問四　両辺への操作を確かめる

正答　(1) (13 + 5) + 7 = 18 + 7、両辺 25　(2) 65　(3) 45

考え方　(1) は左辺全体 13 + 5 と右辺 18 の両方に 7 を足します。(2) は(□ + 25) − 25 = 90 − 25 から□ = 65。確認は 65 + 25 = 90 です。

問四（3）は両辺を 4 で割ります。(4 × □) ÷ 4 = 180 ÷ 4 から □ = 45 です。元の式に入れると 4 × 45 = 180 で、両辺とも 180 になります。

← 戻り先：第四節・例題五・例題六・図三・図四

問五　0 を含む操作を判断する

正答　（1）等しいままです。　（2）正しくありません。　（3）割れません。

考え方　（1）は 6 × 0 = 6 × 0 = 0 で、両辺とも 0 です。0 倍は正しい等式の等しさを保ちます。（2）は 4 × 0 も 9 × 0 も 0 ですが、4 ≠ 9 です。0 倍の結果が等しいことから、元の数も等しいとはいえません。（3）は 0 で割る式が定義されないためです。

← 戻り先：第五節・例題七・図五

問六　□の数を求めて確かめる

正答　（1）36　（2）37　（3）2　（4）12　（5）15　（6）4　（7）$\frac{1}{4}$　（8）7

考え方　（1）は 53 − 17 = 36、確認は 36 + 17 = 53 です。（2）は 56 − 19 = 37、確認は 56 − 37 = 19 です。□が引く数になっていることを読み取ります。（3）は 1.2 + 0.8 = 2、確認は 2 − 0.8 = 1.2 です。

問六（4）は 3 ÷ 0.25 = 12、確認は 0.25 × 12 = 3 です。（5）は 2.5 × 6 = 15、確認は 15 ÷ 6 = 2.5 です。（6）は 12 ÷ 3 = 4、確認は 12 ÷ 4 = 3 です。割られる数を求める（5）と、割る数を求める（6）の役割を区別します。

問六（7）は $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$、確認は $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$ です。（8）は 36 ÷ 3 = 12 で □ + 5 = 12、さらに 12 − 5 = 7 です。確認は(7 + 5) × 3 = 36 になります。括弧の中全体が 3 倍されているので、先に 3 で割っています。

← 戻り先：第四節・第六節・例題五・例題六・例題八

問七　場面を等式に表す

正答　（1）120g　（2）1.25m　（3）120 × 3 = 90 × 4

考え方　（1）は 5 × □ + 50 = 650 と表します。容器の重さを除いてから 5 等分すると、650 − 50 = 600、600 ÷ 5 = 120。確認は 5 × 120 + 50 = 650 です。（2）は □ + 0.25 = 1.5 と表し、1.5 − 0.25 = 1.25 で、1.25 + 0.25 = 1.5 と戻せます。

理由の確認　問七（3）は、どちらの総額も 360 円です。1 冊の値段は 120 円と 90 円で異なり、等しいのは総額です。同じ量を比べているかを確かめます。

← 戻り先：第三節・第四節・第七節・例題四・例題九・図六

問八　概数との違いを確かめる

正答　（1）正確には異なり、$\frac{1}{3} \approx 0.333$　（2）$\approx$

考え方　（1）は$\frac{1}{3} \times 3 = 1$に対し、$0.333 \times 3 = 0.999$です。同じ数なら同じ3倍も等しくなるはずなので、正確に等しいとはいえません。0.333は小数第三位までの概数です。（2）は14.1を整数に丸めた14であり、同じ値ではありません。およそ等しいことを示す $\approx$ を使います。

← 戻り先：第三節・第七節・例題十

到達確認の解答

確認一　等号の意味を説明する

正答　（1）10　（2）$18 \div 3 + 4 = 6 + 4 = 10$　（3）前者のみ正しい

考え方　（1）は左辺が16なので、$\square + 6 = 16$です。$16 - 6 = 10$、確認は$7 + 9 = 10 + 6$で、両辺16です。

確認一（2）の元の$18 \div 3$は6、次の$6 + 4$は10で異なります。直した式では、どの部分も10です。（3）は0.7m = 70cmが同じ長さを表します。0.7と70という数自体は異なり、単位の変更による数値の違いを区別します。

← 戻り先：第一節・第二節・第三節・例題二・例題四

確認二　□の数を求める

正答　（1）4　（2）6　（3）2.4

考え方　（1）は両辺を4で割り、$\square - 1.5 = 2.5$にします。両辺に1.5を足して$\square = 4$。確認は$(4 - 1.5) \times 4 = 10$です。（2）は$8 \times \frac{3}{4} = 6$で、確認は$6 \div \frac{3}{4} = 8$です。

確認二（3）は右辺を先に計算すると$0.4 \times 9 = 3.6$なので、$1.2 + \square = 3.6$です。両辺から1.2を引いて$\square = 2.4$。確認は$1.2 + 2.4 = 0.4 \times 9$で、両辺とも3.6です。

← 戻り先：第四節・第六節・例題五・例題六・例題八

確認三　関係と結果を検証する

正答　（1）$3 \times \square + 30 = 210$、60g　（2）正しくありません。　（3）$\frac{1}{6} \approx 0.167$

考え方　（1）は $210 - 30 = 180$、$180 \div 3 = 60$ です。確認は $3 \times 60 + 30 = 210$ で、もとの全体 210g に戻ります。

理由の確認　確認三（2）は $7 \times 0 = 11 \times 0 = 0$ ですが、$7 \neq 11$ です。0 倍では元の数の違いが失われ、等しい結果から逆に元の数の等しさを結論できません。0 で割って戻すこともできません。

確認三（3）は $\frac{1}{6} \times 6 = 1$ に対し、$0.167 \times 6 = 1.002$ です。正確に等しくないため、$=$ で結べません。小数第三位までの概数として、およそ等しいことを示す $\approx$ で結びます。

← **戻り先：**第五節・第七節・例題七・例題九・例題十・図五・図六

第十三章

大きさを比べる二つの方法

80cm と 120cm の帯があります。「40cm 長い」と「1.5 倍の長さ」は、同じ二本を違う角度から比べた言い方です。差と倍は何を伝え、それぞれどのような場面で役立つのでしょうか。

使う知識　数値と単位（第一章）、小数・分数（第二〜四章）、四則と倍（第五〜十章）、計算の法則と等式（第十一・十二章）。必要な換算は本文や問題でも示します。

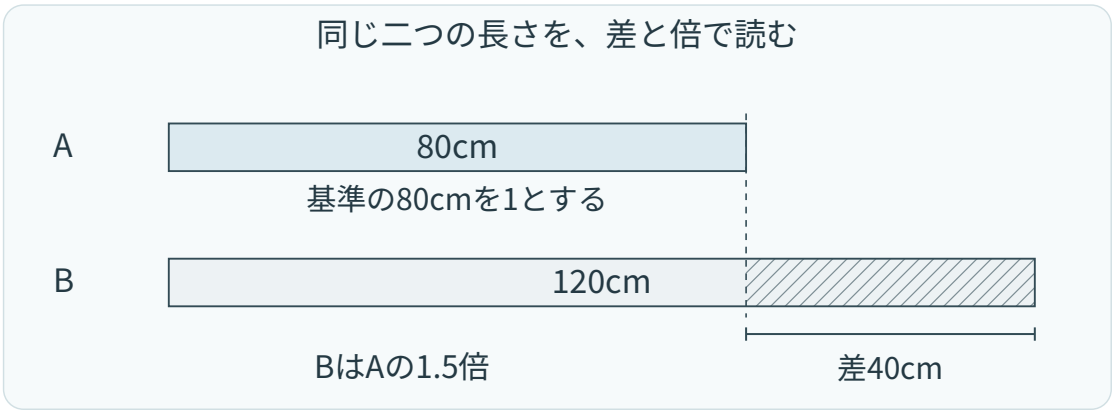
進み方　差と倍は問一・二、単位は問三、比べ方の違いは問四、量を求める練習は問五で確かめます。問六・七では条件と伝え方を考えます。0 以上の量を扱い、差は特に断らない限り大きい方から小さい方を引いて求めます。

一　差と倍で比べる

二つの量を比べるとき、どれだけ隔たっているかは引き算で求められます。この隔たりを差といいます。これに対し、一方を基準にして、その何個分かを求める比較には割り算を使います。

例題一　同じ二本を二通りに比べる

帯 A は 80cm、帯 B は 120cm です。B は A より何 cm 長く、A の何倍の長さですか。



図一　始点と縮尺をそろえています。差は A の端から B の端までの 40cm です。倍で比べるときは、A の 80cm 全体を 1 と見ます。

長さの差は 120 − 80 = 40 で 40cm です。A の何倍かは、B の 120cm の中に A の 80cm が何個分あるかと考えます。cm にそろえた数値で割ると、1.5 個分です。

$$120 - 80 = 40 \qquad 120 \div 80 = 1.5$$

答えは「40cm 長い」「1.5 倍の長さ」です。差の 40 には長さの単位 cm が付きます。倍を表す 1.5 は、基準の量を 1 とした数で、cm という長さの単位は付きません。

基準量と比較量

基準にする量を基準量、比べる相手の量を比較量と呼びます。同じ種類の量を同じ単位にそろえ、比較量 ÷ 基準量で何倍かを求めます。基準量は 0 でないものとします。

問一　差と倍を求める

A の値段は 120 円、B の値段は 180 円です。次の問いに答えてください。

（1）B は A より何円高いですか。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）A を基準にすると、B の値段は何倍ですか。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）C も D も 150 円です。値段の差はいくらですか。また、C を基準にした D の値段は何倍ですか。

値段の差　＿＿＿＿＿＿＿＿

C を基準にした倍　＿＿＿＿＿＿＿＿

二　何を基準にするか



「B は A の何倍か」では、A が基準です。比較の向きを入れ替えると、割る数も入れ替わります。大きい量だけが比較量になるわけではありません。

例題二　長い方を基準にする

先ほどの B の 120cm を基準にすると、A の 80cm は何倍の長さですか。



図二　120cm を 3 等分すると、一つ分は 40cm です。80cm はその二つ分なので、120cm を 1 としたときの 3 分の 2 です。

$$80 \div 120 = \frac{80}{120} = \frac{2}{3}$$

A は B の $\frac{2}{3}$ 倍です。1 より小さい倍は、比較量が基準量より小さいことを表します。逆向きの 1.5 倍と $\frac{2}{3}$ 倍は、$1.5 = \frac{3}{2}$ と見ると互いに逆数になっています。

向きを入れ替えても、二本の長さの差は 40cm です。ただし、どちらが長いかという向きは言葉で示します。倍の数は、どちらを基準の 1 としたかによって変わります。

問二　基準を読み取る

帯 A は 80cm、帯 B は 120cm です。（1）（2）は、基準にする帯の名前と倍を答えてください。

（1）「B は A の何倍か」を求めます。

基準の帯　＿＿＿＿＿＿＿＿

B は何倍か　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）「A は B の何倍か」を求めます。

基準の帯　＿＿＿＿＿＿＿＿

A は何倍か　＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）40g を基準にすると、30g は何倍ですか。

答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

（4）別の二本の帯では、比較量は基準量の 3 倍です。同じ単位にそろえた数値の関係を選んでください。

ア 比較量 = 基準量 + 3　　イ 比較量 = 基準量 × 3

ウ 基準量 = 比較量 × 3　　エ 比較量 = 基準量 ÷ 3

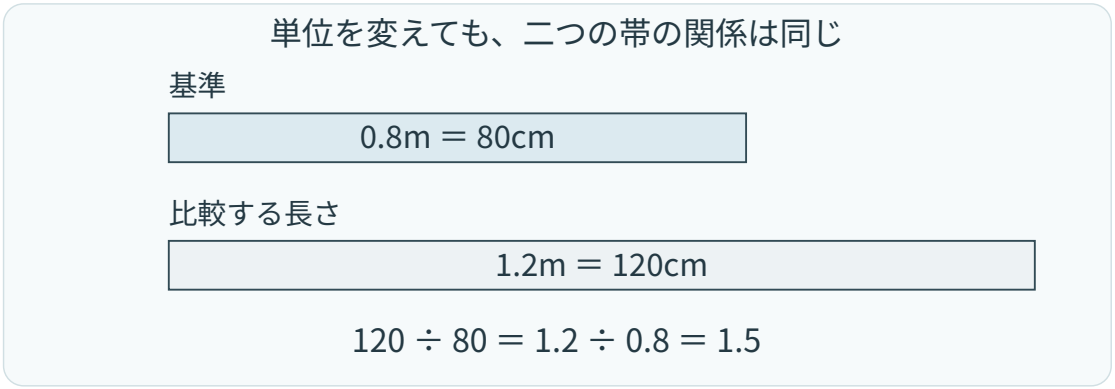
記号 ＿＿＿＿＿＿＿＿

三　単位をそろえる

同じ種類の量でも、単位が違う数値をそのまま引いたり割ったりすると、量の関係を正しく表せません。どちらか一方の単位にそろえます。

例題三　m と cm の長さを比べる

0.8m を基準にして、120cm は何倍ですか。長さの差も求めてください。1m = 100cm とします。



図三　上は 80cm、下は 120cm です。どちらも m で表しても、帯の長さの関係は変わりません。

0.8m = 80cm なので、cm でそろえると 120 ÷ 80 = 1.5 です。差は 120 − 80 = 40 で 40cm です。m にそろえれば、120cm = 1.2m を使います。

$$1.2 \div 0.8 = 1.5 \qquad 1.2 - 0.8 = 0.4$$

差の 0.4m は 40cm と同じ長さです。二つの数値を同じ数倍にしてから割っても商は変わらず、倍の数はどちらの単位でも 1.5 になります。単位の異なる 120 と 0.8 をそのまま割ることはしません。

問三　単位をそろえて比べる

（1）0.6m を基準に、90cm を比べます。差を cm で、何倍かを数で答えてください。1m = 100cm とします。

長さの差　＿＿＿＿＿＿＿＿

90cm は何倍か　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）1.2L を基準に、900mL を比べます。差を mL で、何倍かを数で答えてください。1L = 1000mL とします。

体積の差　＿＿＿＿＿＿＿＿

900mL は何倍か　＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）（1）の二つの長さを両方とも m で表し、割り算で何倍かを求めてください。cm で求めたときと同じ倍になることも確かめます。

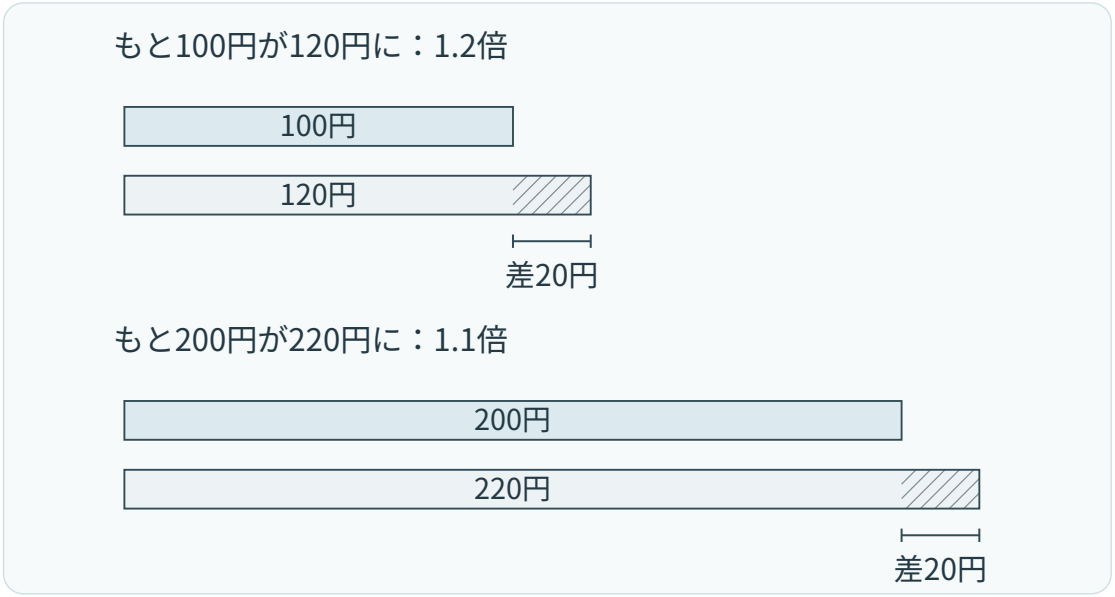
四　同じ差と同じ倍を見分ける



差が同じだからといって、倍も同じとは限りません。もとの量に対して、差の大きさがどの程度かが違うからです。

例題四　同じ 20 円の値上がりを比べる

100 円が 120 円になる場合と、200 円が 220 円になる場合を、もとの値段を基準に比べてください。



図四　四本とも同じ縮尺です。右端の追加部分は同じ 20 円ですが、基準にする 100 円と 200 円の大きさは異なります。

$$120 \div 100 = 1.2 \qquad 220 \div 200 = 1.1$$

増えた金額はどちらも 20 円です。一方、もとの値段の何倍になったかは 1.2 倍と 1.1 倍で異なります。「同じだけ増えた」と「同じ倍になった」は、別の関係です。

例題五　同じ 1.5 倍で、差はどうなるか

80 円が 120 円になる場合と、200 円が 300 円になる場合を比べてください。

どちらも、もとの値段の 1.5 倍です。しかし、差は 120 − 80 = 40 で 40 円と、300 − 200 = 100 で 100 円です。同じ倍でも、もとの量が違えば増える量は違います。

もとの値段	後の値段	差	もとの何倍か
80 円	120 円	40 円	1.5 倍
200 円	300 円	100 円	1.5 倍

問四　比べ方の違いを説明する

（1）50 円が 60 円になる場合と、200 円が 210 円になる場合です。どちらも差は 10 円です。それぞれ、もとの何倍になっていますか。

50 円を基準にした倍　＿＿＿＿＿＿＿＿

200 円を基準にした倍　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）（1）から、「同じ金額だけ増えたなら、同じ倍になっている」といえますか。数値を使って説明してください。

（3）80cm が 120cm になる場合と、200cm が 300cm になる場合です。どちらも 1.5 倍ですが、長さの差はそれぞれ何 cm ですか。

80cm と 120cm の差　＿＿＿＿＿＿＿＿

200cm と 300cm の差　＿＿＿＿＿＿＿＿

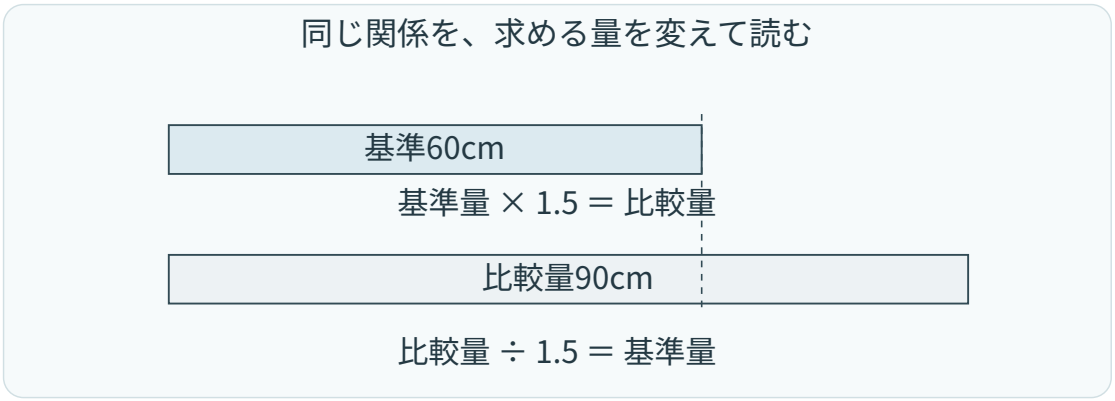
（4）（3）から、「同じ倍になったなら、増えた量も同じ」といえますか。数値を使って説明してください。

五　倍の関係から量を求める

比較量 ÷ 基準量で倍を求められることは、基準量 × 倍の数 = 比較量という関係で確かめられます。どの量が分かっているかによって、使う計算を選びます。

例題六　基準量と倍から比較量を求める

60cm の帯を基準にして、その 1.5 倍の長さを求めてください。



図五　同じ二本の関係から、60cm に 1.5 を掛けて 90cm を求めることも、90cm を 1.5 で割って 60cm を求めることもできます。

$$60 \times 1.5 = 90$$

答えは 90cm です。90 ÷ 60 = 1.5 と戻すと、基準の 1.5 倍であることを確かめられます。

例題七　比較量と倍から基準量を求める

ある帯の 1.5 倍の長さが 90cm です。もとの帯の長さを求めてください。

もとの長さの数値を□として、cm にそろえると□ × 1.5 = 90 です。両辺を 1.5 で割ります。

$$\square = 90 \div 1.5 = 60$$

答えは 60cm です。60 × 1.5 = 90 と元の式へ戻して確かめます。「1.5 倍」という言葉だけで掛け算と決めず、基準量と比較量のどちらを求めるかを読みます。

何が分かり、何を求めるか

基準量 × 倍の数 = 比較量です。比較量を求めるときは掛け算、基準量を求めるときは比較量 ÷ 倍の数を使います。後者では、倍の数が 0 でないことを確かめます。0 の場合は次節で考えます。

問五　倍から量を求める

（1）〜（6）は比較量、（7）〜（12）は基準量を求めます。式と単位を伴う答えを書き、空いたところに掛け算または割り算での確認も示してください。

問五　計算・答え

（1）40g の 3 倍の重さ 答え　＿＿＿＿＿＿	（2）80cm の 1.5 倍の長さ 答え　＿＿＿＿＿＿
（3）0.6L の 0.5 倍の体積 答え　＿＿＿＿＿＿	（4）$\frac{3}{4}$ m の $\frac{2}{3}$ 倍の長さ 答え　＿＿＿＿＿＿
（5）120 円の 1 倍の値段 答え　＿＿＿＿＿＿	（6）50 人の 0 倍の人数 答え　＿＿＿＿＿＿
（7）3 倍すると 150g になる重さ 答え　＿＿＿＿＿＿	（8）1.5 倍すると 90cm になる長さ 答え　＿＿＿＿＿＿

問五　計算・答え

（9）0.25 倍すると 0.4L になる体積 答え　＿＿＿＿＿＿	（10）$\frac{3}{4}$ 倍すると $\frac{1}{2}$ m になる長さ 答え　＿＿＿＿＿＿
（11）1 倍すると 75 円になる値段 答え　＿＿＿＿＿＿	（12）$\frac{2}{5}$ 倍すると 0.6kg になる重さ 答え　＿＿＿＿＿＿

六　0 と比べ方の条件を確かめる　0!

倍による比較では、基準量を 1 と見ます。基準量が 0 でないことと、何を表す量なのかを確かめる必要があります。

例題八　0 がどちらの量かを読む

8 人を基準にした 0 人と、0 人を基準にした 8 人は、それぞれ何倍といえますか。

基準の0と、比較する人数の0を分ける

基準にする人数	比較する人数	何倍か
8人	0人	0 ÷ 8 ＝ 0倍
0人	8人	8 ÷ 0 は使えない
0人	0人	0 ÷ 0 は使えない

図六　枠は基準量・比較量・倍の対応を示し、幅は人数を表しません。0 で割る計算は使いません。

8 人を基準にした 0 人は 0 ÷ 8 = 0 で、0 倍です。8 × 0 = 0 と確かめられます。比較量が 0 であること自体は問題ありません。

0 人を基準にした 8 人では 8 ÷ 0 となり、この割り算は使えません。0 にどんな数を掛けても 8 にはならないためです。0 人を基準にした 0 人でも 0 ÷ 0 は使いません。どんな数を掛けても 0 なので、一つの倍に決まらないからです。

数字の割り算と、意味のある比較

20℃と 10℃の数値だけを割ると 2 ですが、「20℃は 10℃の暑さの 2 倍」とは判断できません。摂氏の 0℃は温度がない状態ではなく、尺度の中で定めた値だからです。温度差の 10℃は求められます。倍で比べるには、零点の意味も確かめます。

問六　条件を確かめる

（1）8 人を基準にすると、0 人は何倍ですか。

答え ＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）0 人を基準にして、8 人や 0 人が何倍かを、それぞれ割り算で求められますか。0 に掛ける計算にも触れて説明してください。

（3）「ある長さを 0 倍すると 0cm になった」だけで、もとの長さは一つに決まりますか。異なる二つの長さを例に説明してください。

（4）「20℃は 10℃の暑さの 2 倍」といえるでしょうか。0℃の意味にも触れ、温度差はいくらかを併せて答えてください。

七　目的に応じて比べる



比べ方は、知りたいことに合わせて選びます。追加で必要な金額なら差、もとの規模に対してどれくらいになったかなら倍が役立ちます。どちらか一方が常に優れているわけではありません。

例題九　後の全体と、増えた分を分ける

値段が 500 円から 650 円になりました。もとの値段を基準に、後の値段と増えた金額は、それぞれ何倍ですか。

増えた金額は 650 − 500 = 150 で 150 円です。後の値段全体は 650 円、増えた分だけは 150 円です。同じ 500 円を基準にしても、比較量が違います。

$$650 \div 500 = 1.3 \qquad 150 \div 500 = 0.3$$

後の値段はもとの 1.3 倍です。増えた金額はもとの 0.3 倍です。「1.3 倍になった」は、もとの 1 倍分に 0.3 倍分が加わったことを表します。「もとの 1.3 倍分だけ増えた」とは区別します。

500 × 1.3 = 650 で後の値段へ戻り、500 + 150 = 650 で増えた分からも確かめられます。何を比較量にしたかを、言葉と式の両方で確かめます。

問七　伝えたい関係を選ぶ

（1）800 円が 1000 円になりました。増えた金額と、もとの 800 円を基準にした後の値段の倍を求めてください。

増えた金額　＿＿＿＿＿＿＿＿

後の値段は何倍か　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）（1）を「もとの 1.25 倍分だけ増えた」と説明してよいですか。増えた分がもとの何倍かも求め、説明を直してください。

問七（3）予定額 1500 円に対し、必要な額は 1800 円でした。「あと何円必要か」と「予定の何倍の額か」には、それぞれどの計算を使いますか。答えと基準も明示してください。

到達確認

差・倍・基準・単位を確かめます。説明には文章・式・図を使えます。計算した答えは、元の量の関係へ戻して確かめてください。

確認一　差と倍を読み分ける

（1）帯 A は 60cm、帯 B は 90cm です。差と、A を基準にした B の長さの倍を求めてください。

長さの差　＿＿＿＿＿＿＿＿

B は A の何倍か　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）（1）で、B を基準にすると A は何倍ですか。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）「40cm と 50cm の差は 10cm だから、50cm は 40cm の 10 倍」と説明しました。どこが違うかを示し、正しい倍を求めてください。

確認二　単位と逆算を使う

（1）0.6m を基準に 45cm を比べます。差を cm で、何倍かを数で求めてください。1m = 100cm とします。

長さの差　＿＿＿＿＿＿＿＿

45cm は何倍か　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）$\frac{3}{5}$ kg の 1.5 倍の重さを求め、割り算で確かめてください。

（3）ある体積の 0.6 倍が 1.2L です。もとの体積を求め、掛け算で確かめてください。

確認三　結果を検証する

（1）120 円が 180 円になる場合と、300 円が 450 円になる場合を、もとの値段を基準に比べます。倍と差をそれぞれ求め、同じ関係と異なる関係を説明してください。

確認三（2）「0kg から 5kg へ増えたので、5 ÷ 0 で何倍かを求める」という考えは使えますか。差は求められるかも併せて説明してください。

（3）600 円が 780 円になりました。後の値段と増えた分は、もとの何倍ですか。後の値段の倍を掛け算で確かめてください。

この章から次へ

差で比べると量の隔たりが分かり、倍で比べると基準を 1 とした関係が分かります。次章では、この基準を 1 とする考えを割合として整理し、百分率などの表し方へ広げます。何を基準にし、何を比べるかは引き続き大切になります。

第十三章　解答と考え方

短い正答は横にまとめています。式や説明は一例です。基準、単位、比較する量が明確で、問題の条件を満たす別の表し方でもかまいません。分数と、それに正確に等しい小数も認めます。

問一　差と倍を求める

正答　（1）60 円　（2）1.5 倍　（3）差 0 円、1 倍

考え方　（1）は 180 − 120 = 60 です。（2）は A の 120 円を基準にして 180 ÷ 120 = 1.5 と求めます。120 × 1.5 = 180 と戻せます。（3）は 150 − 150 = 0 で差 0 円、150 ÷ 150 = 1 で 1 倍です。差 0 と 0 倍を混同しません。

← 戻り先：第一節・例題一・図一

問二　基準を読み取る

正答　（1）A、1.5 倍　（2）B、$\frac{2}{3}$ 倍　（3）0.75 倍　（4）イ

考え方　（1）は B の 120cm を A の 80cm で割り、120 ÷ 80 = 1.5 です。（2）は逆向きで $80 \div 120 = \frac{2}{3}$ です。（3）は 30 ÷ 40 = 0.75 で、$\frac{3}{4}$ 倍でも同じです。（4）は基準量を 3 倍すると比較量になるので、比較量 = 基準量 × 3 です。

← 戻り先：第一節・第二節・例題二・図二

問三　単位をそろえて比べる

正答　（1）30cm、1.5 倍　（2）300mL、0.75 倍　（3）0.9 ÷ 0.6 = 1.5

考え方　（1）は 0.6m = 60cm なので、90 − 60 = 30、90 ÷ 60 = 1.5 です。（2）は 1.2L = 1200mL なので、差は 1200 − 900 = 300、900 ÷ 1200 = 0.75 です。比較量が基準量より小さいので 1 未満の倍です。

問三（3）は 90cm = 0.9m として 0.9 ÷ 0.6 = 1.5 です。cm での 90 ÷ 60 と同じ倍です。二つの数値を同じ 100 で割ってから商を求めても、関係は変わりません。

← 戻り先：第三節・例題三・図三

問四　比べ方の違いを説明する

正答　（1）1.2 倍、1.05 倍　（2）いいえ　（3）40cm、100cm　（4）いいえ

考え方　（1）は 60 ÷ 50 = 1.2、210 ÷ 200 = 1.05 です。（2）は増えた金額がどちらも 10 円でも、基準の 50 円と 200 円が違い、後の値段の倍が異なります。

理由の確認　問四（3）は 120 − 80 = 40、300 − 200 = 100 です。（4）はどちらも 1.5 倍ですが、差は 40cm と 100cm です。同じ倍になっても、基準の量が違えば増えた量は異なります。

← **戻り先：**第四節・例題四・例題五・図四

問五　倍から量を求める

正答　（1）120g　（2）120cm　（3）0.3L　（4）$\frac{1}{2}$ m　（5）120 円　（6）0 人

考え方　（1）は 40 × 3 = 120、確認は 120 ÷ 40 = 3 です。（2）は 80 × 1.5 = 120、確認は 120 ÷ 80 = 1.5 です。（3）は 0.6 × 0.5 = 0.3、確認は 0.3 ÷ 0.6 = 0.5 です。

問五（4）は $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$、確認は $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{3}$ です。（5）は 120 × 1 = 120 で、1 倍では同じ量です。（6）は 50 × 0 = 0、確認は 0 ÷ 50 = 0 です。0 倍の比較量は 0 ですが、基準の 50 は 0 ではありません。

正答　（7）50g　（8）60cm　（9）1.6L　（10）$\frac{2}{3}$ m　（11）75 円　（12）1.5kg

問五（7）は 150 ÷ 3 = 50、確認は 50 × 3 = 150 です。（8）は 90 ÷ 1.5 = 60、確認は 60 × 1.5 = 90 です。（9）は 0.4 ÷ 0.25 = 1.6、確認は 1.6 × 0.25 = 0.4 です。基準量を求める割り算では、割るのは倍の数です。

問五（10）は $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{3}$、確認は $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$ です。（11）は 75 ÷ 1 = 75、確認は 75 × 1 = 75 です。（12）は $0.6 \div \frac{2}{5} = 1.5$、確認は $1.5 \times \frac{2}{5} = 0.6$ です。

← **戻り先：**第五節・例題六・例題七・図五

問六　条件を確かめる

正答　（1）0 倍　（2）どちらも求められません。　（3）一つに決まりません。

考え方　（1）は 0 ÷ 8 = 0 です。（2）は 8 ÷ 0 も 0 ÷ 0 も使えません。0 にどんな数を掛けても 8 にはならず、0 にどんな数を掛けても 0 なので一つの倍には決まりません。

問六（3）の解答例　5cm も 10cm も、0 倍すれば 0cm です。元の長さが違っても同じ結果になるため、元の長さは一つに決まりません。0 で割って逆算することもできません。

正答　問六（4）暑さの 2 倍とはいえません。温度差は 10℃です。

理由の確認　問六（4）は、数値の 20 ÷ 10 = 2 だけでは暑さの倍を判断できません。0℃は温度がない状態ではなく、摂氏の尺度で定めた値です。差は 20 − 10 = 10 で 10℃と求められます。

← **戻り先：**第六節・例題八・図六

問七　伝えたい関係を選ぶ

正答　（1）200 円、1.25 倍　（2）増えた分はもとの 0.25 倍　（3）300 円、1.2 倍

考え方　（1）は 1000 − 800 = 200、1000 ÷ 800 = 1.25 です。（2）は増えた 200 円を比べるので 200 ÷ 800 = 0.25 です。「後の値段はもとの 1.25 倍」「もとの 0.25 倍分だけ増えた」と直せます。

問七（3）は、あと必要な金額なら 1800 − 1500 = 300 で 300 円です。予定の何倍かなら、基準は予定額 1500 円で、1800 ÷ 1500 = 1.2 です。確認は 1500 + 300 = 1800、1500 × 1.2 = 1800 です。

← **戻り先：**第一節・第五節・第七節・例題九

到達確認の解答

確認一　差と倍を読み分ける

正答　（1）30cm、1.5 倍　（2）$\frac{2}{3}$ 倍　（3）1.25 倍

考え方　（1）は 90 − 60 = 30、90 ÷ 60 = 1.5 です。（2）は基準が B の 90cm へ変わり、$60 \div 90 = \frac{2}{3}$ です。差は同じ 30cm でも、倍は向きによって変わります。

理由の確認　確認一（3）は差の 10cm をそのまま倍の数にしています。正しくは 50 ÷ 40 = 1.25 で 1.25 倍です。40 × 1.25 = 50 と確かめられます。差は長さを表し、倍の数は基準を 1 とした数です。

← **戻り先：**第一節・第二節・例題一・例題二

確認二　単位と逆算を使う

正答　（1）15cm、0.75 倍　（2）$\frac{9}{10}$ kg　（3）2L

考え方　（1）は 0.6m = 60cm として 60 − 45 = 15、45 ÷ 60 = 0.75 です。（2）は $\frac{3}{5} \times 1.5 = \frac{3}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{10}$ で、0.9kg でも同じです。割り算での確認は $\frac{9}{10} \div \frac{3}{5} = \frac{3}{2} = 1.5$ です。

確認二（3）は元の体積を基準量として 1.2 ÷ 0.6 = 2 で 2L です。確認は 2 × 0.6 = 1.2 となり、元の関係に戻ります。1.2 × 0.6 では、求める量が逆になります。

← **戻り先：**第三節・第五節・例題三・例題六・例題七

確認三　結果を検証する

正答　（1）1.5 倍、差 60 円・150 円　（2）求められず、差 5kg　（3）1.3 倍、0.3 倍

考え方　（1）は 180 ÷ 120 = 1.5、450 ÷ 300 = 1.5 で同じ倍です。しかし差は 180 − 120 = 60、450 − 300 = 150 で異なります。同じ倍という関係と、同じ差という関係を分けます。

理由の確認　確認三（2）は基準 0kg なので 5 ÷ 0 を使えません。0 に何を掛けても 5 にはならないためです。差は 5 − 0 = 5 で 5kg と求められます。

確認三（3）は後の値段 780 ÷ 600 = 1.3、増分は 780 − 600 = 180 から 180 ÷ 600 = 0.3 です。後の値段の検算は 600 × 1.3 = 780 です。増えた分の検算なら 600 × 0.3 = 180 で、600 + 180 = 780 とも確かめられます。

← **戻り先：**第四節・第五節・第六節・第七節・例題五・例題八・例題九

大人のための算数・数学
第一冊　数と計算の根本
第三部　数量の関係を捉える

第十四章

割合と百分率の意味

「参加した人は全体の 75%でした」と聞くと、何が分かるでしょうか。参加した人数そのものは、全体が何人かによって変わります。割合は、基準にする量との関係を表しています。

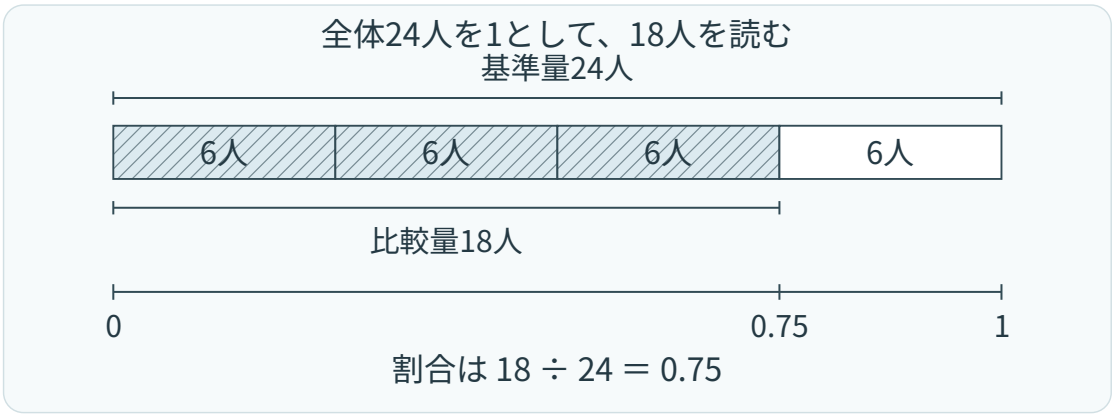
使う知識　小数・分数の表し方と計算（第二〜十章）、等式と逆算（第十一・十二章）、差と倍・基準量・比較量（第十三章）。必要な換算は本文や問題でも示します。

進み方　割合の意味は問一、表記は問二・四、三つの量の計算は問三で確かめます。問五〜七では増減や比べ方を判断します。この章は 0 以上の量を扱い、割合を求めるときの基準量は 0 でないものとします。

一　基準を 1 として割合を読む

基準にする量を 1 と見たとき、比較する量がどれだけに当たるかを表す数を割合といいます。前章の「基準の何倍か」という比較と同じ考え方です。割合は、比較量を基準量で割って求めます。

例題一　全体に対する参加者の割合を読む
会員 24 人のうち 18 人が参加しました。会員全体を基準にした、参加者の割合を求めてください。



図一　全体 24 人を 1 とすると、18 人は 0.75 に当たります。斜線部分は 24 人のうち 18 人です。

$$18 \div 24 = 0.75$$

基準量は会員全体の 24 人、比較量は参加した 18 人です。割合は 0.75 です。24 × 0.75 = 18 と戻すと、全体の 0.75 倍が参加者 18 人になることを確かめられます。割合そのものには、人や cm などの量の単位は付きません。

0、1、1 より大きい割合

正の基準量に対して、比較量が 0 なら割合は 0、同じ量なら 1 です。比較量が基準量より大きければ 1 を超えます。全体の一部分を比べる場合に限って考えず、基準と比較量が何かを読みます。

問一　基準と割合を読む

（1）会員 40 人のうち 30 人が参加しました。会員全体を基準にするときの基準量と、参加者の割合を小数で答えてください。

基準量　＿＿＿＿＿＿＿＿

参加者の割合　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）会員 40 人のうち参加者が 0 人でした。会員全体を基準にした参加者の割合を小数で答えてください。

答え　＿＿＿＿＿＿

（3）目標 120 枚に対して、実際には 150 枚を作りました。目標を基準にした実際の枚数の割合を小数で答えてください。

答え　＿＿＿＿＿＿

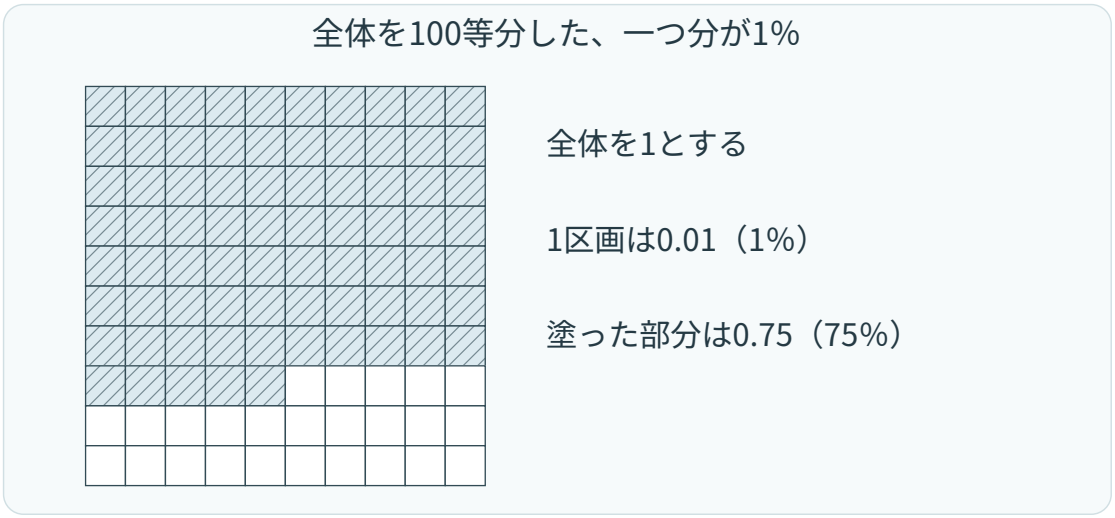
二　百分率で表す



割合を 100 分のいくつとして表す方法を、百分率といいます。記号%は「パーセント」と読み、1%は $\frac{1}{100}$、つまり 0.01 です。基準量全体の 1 は 100%に当たります。

例題二　0.75 と 75%を結び付ける

割合 0.75 を、百分率で表してください。



図二　全体を同じ面積の 100 区画に分け、そのうち 75 区画を選んでいます。同じ全体に対する 0.75 と 75%は、同じ割合です。

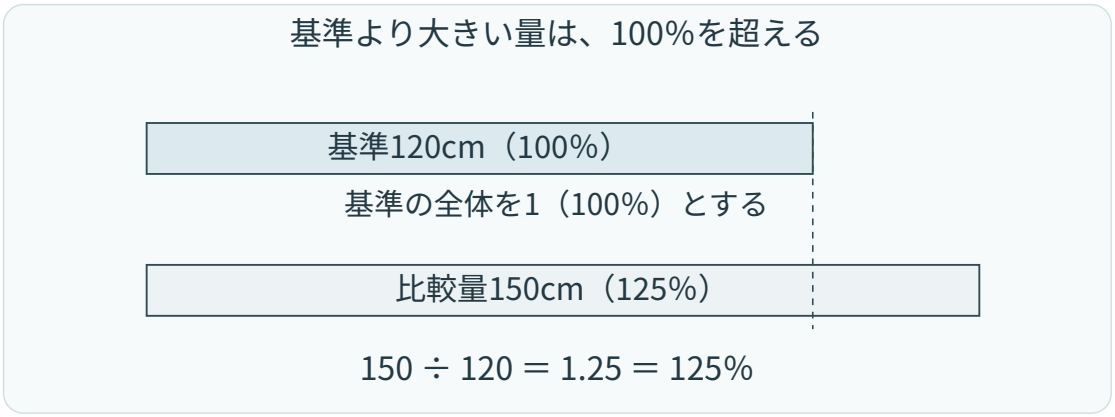
$$0.75 = \frac{75}{100} = 75\,\%$$

小数で表した割合から百分率へ書き換えるときは、その数値を 100 倍して%を添えます。0.75 × 100 = 75 なので 75%です。反対に、75%を小数で表すときは、%の前の数値 75 を 100 で割り、0.75 にします。

75%は 75 倍ではありません。%を付けるだけで同じ値になるわけでもありません。たとえば 0.5%は 0.5 ÷ 100 = 0.005 で、1%より小さい割合です。数値と表し方を併せて読みます。

例題三　100%を超える割合を読む

基準 120cm に対する 150cm の割合を、百分率で表してください。



図三　120cm を 100%とすると、150cm はそれより長く、125%です。破線は基準の 100%の位置を示します。

$$150 \div 120 = 1.25 = 125\,\%$$

目標や以前の量を基準にする比較では、100%を超えることがあります。一方、全体のうちの一部分なら、その割合は 100%を超えません。百分率だけを見て決めず、何と何を比べたかを確かめます。

問二　表し方を変える

（1）〜（4）は百分率、（5）〜（8）は小数に書き換えてください。

問二　もとの表し方	答え
（1）0.35 → 百分率	_____%
（2）0.08 → 百分率	_____%
（3）1.2 → 百分率	_____%
（4）$\frac{1}{8}$ → 百分率	_____%
（5）45% → 小数	_____

問二　もとの表し方	答え
（6）6% → 小数	＿＿＿＿＿
（7）125% → 小数	＿＿＿＿＿
（8）0.5% → 小数	＿＿＿＿＿

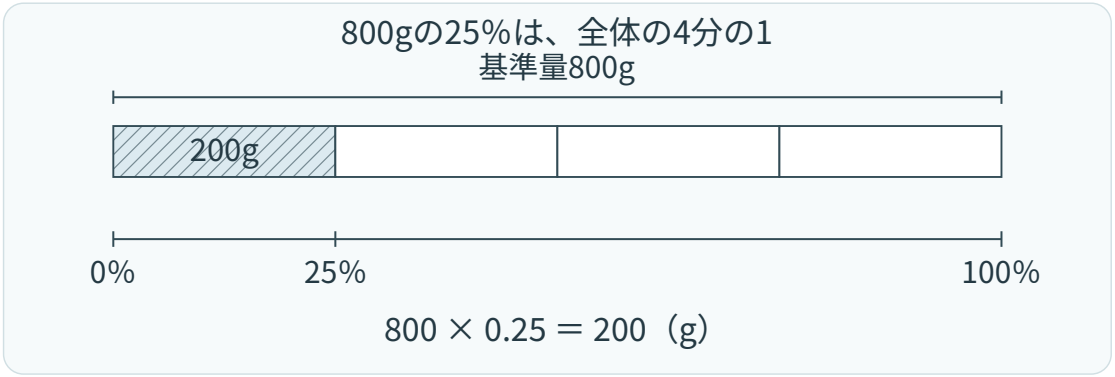
三　割合と二つの量を結ぶ



割合、基準量、比較量は、基準量 × 割合 = 比較量という一つの関係で結ばれています。百分率を計算に使うときは、小数や分数で表した割合に直します。

例題四　基準量と割合から比較量を求める

800g の 25%に当たる重さを求めてください。



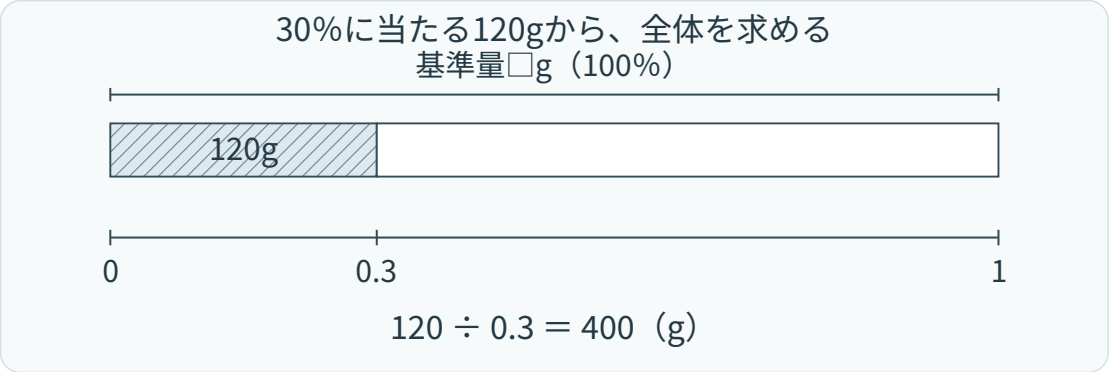
図四　25%は 0.25 で、全体の 4 分の 1 です。800g を 4 等分した一つ分 200g に当たります。

$$800 \times 0.25 = 200$$

答えは 200g です。200 ÷ 800 = 0.25 = 25%と戻せます。全体の半分 400g より小さく、4 分の 1 なので 200g という見積もりとも合います。

例題五　比較量と割合から基準量を求める

全体の 30%に当たる重さが 120g でした。全体の重さを求めてください。



図五　120g が割合 0.3 の部分です。基準の全体は、これより大きい量になります。

全体の重さの数値を□とし、g にそろえると□ × 0.3 = 120 です。両辺を 0.3 で割って求めます。

$$\square \;=\; 120 \;\div\; 0.3 \;=\; 400$$

答えは 400g です。400 × 0.3 = 120 と元の関係へ戻せます。120 に 0.3 を掛けると、120g をさらに小さくしてしまい、全体を求めることにはなりません。

式を選ぶ前に役割を読む

割合は比較量 ÷ 基準量、比較量は基準量 × 割合、基準量は比較量 ÷ 割合です。最後の割り算では割合が 0 でないことを確かめます。0%に当たる量が 0 という条件だけでは、全体は一つに決まりません。

問三　割合と量を求める

（1）〜（6）は割合を百分率で、（7）〜（12）は比較量を、（13）〜（18）は基準量を求めます。式と答えを書き、空いたところで元の関係へ戻して確認してください。1L = 1000mL とします。

問三　計算・答え

（1）全体 20 人のうち 15 人の割合

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）基準 80cm に対する 20cm の割合

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）基準 1.2L に対する 900mL の割合

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（4）250 円に対する 300 円の割合

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（5）全体 60 人のうち 0 人の割合

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（6）基準 $\frac{3}{4}$ m に対する $\frac{3}{8}$ m の割合

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

問三　計算・答え

（7）600 円の 20%に当たる金額

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（8）240g の 12.5%に当たる重さ

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（9）1.5L の 80%に当たる体積

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（10）$\frac{2}{3}$ m の 75%に当たる長さ

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（11）80 人の 0%に当たる人数

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（12）200 円の 125%に当たる金額

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（13）割合 25%、比較量 60g

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（14）割合 80%、比較量 320 円

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

問三　計算・答え

（15）割合 12.5%、比較量 0.5L

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（16）割合 75%、比較量 $\frac{3}{8}$ m

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（17）割合 100%、比較量 45 人

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（18）割合 120%、比較量 360 円

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

四　歩合と結び付ける



割合には、割・分・厘で表す歩合という表し方もあります。ここで分は「ぶ」、厘は「りん」と読みます。1 割は 0.1、1 分は 0.01、1 厘は 0.001 に当たります。

歩合	小数で表した割合	百分率
1 割	0.1	10%
1 分	0.01	1%
1 厘	0.001	0.1%

例題六　2 割 5 分を読み替える

2 割 5 分を、小数と百分率で表してください。

2 割は 0.2、5 分は 0.05 なので、合わせて 0.25 です。0.25 は 25%です。2 と 5 をそのまま足すのではなく、それぞれが表す位の大きさを読みます。

$$0.2 + 0.05 = 0.25 = 25\,\%$$

歩合の「分」は、時間の単位の「分」とは別の用法です。1分を10%と混同せず、1割を10等分した一つ分と見ると、1分 = 1%の関係を確かめられます。

問四　歩合を読み替える

（1）2割5分を、小数と百分率で表してください。

小数で表した割合　＿＿＿＿＿＿＿＿

百分率　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）8分を、小数と百分率で表してください。

小数で表した割合　＿＿＿＿＿＿＿＿

百分率　＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）割合0.325を、割・分・厘を使って表してください。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

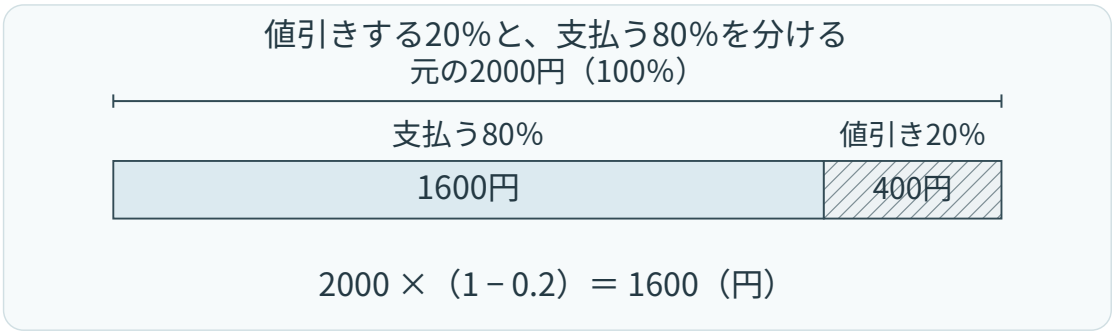
五　増減後の量を求める



「20%引き」の20%は値引きする部分です。支払う金額は、元の100%から20%を除いた80%になります。何の割合かを分けて読みます。

例題七　値引きする部分と支払う部分を分ける

2000円の品物を20%引きで買います。支払う金額を求めてください。



図六　元の金額全体が100%です。20%の400円を値引きし、残り80%の1600円を支払います。

$$1 - 0.2 = 0.8 \qquad 2000 \times 0.8 = 1600$$

答えは1600円です。別の方法では、2000 × 0.2 = 400で値引きする金額を求め、2000 − 400 = 1600と計算できます。二つの方法は同じ関係を表しています。

反対に「20%引きで1600円」から元の値段を求めるなら、1600円は元の80%です。1600 ÷ 0.8 = 2000となります。割引率の0.2で割るのではありません。

例題八　増えた分と後の全体を分ける

5000円を30%増やすと、いくらになりますか。

増える部分が元の30%なので、後の全体は元の130%です。小数で表すと、1 + 0.3 = 1.3です。

$$5000 \times 1.3 = 6500$$

答えは6500円です。増えた分は5000 × 0.3 = 1500で1500円です。後の全体6500円と、増えた分1500円を区別します。

増減が続くときの基準

「その後の値段を20%減らす」のように、各段階の量に対する増減を考えるときは、そのつど直前の量を基準にします。最初の量など別の基準が指定されているときは、その指定に従います。

問五　増減を計算する

(1) 1500円の20%引きはいくらですか。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) 800円を25%増やすと、いくらですか。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

(3) 2割引きで2400円でした。元の値段はいくらですか。

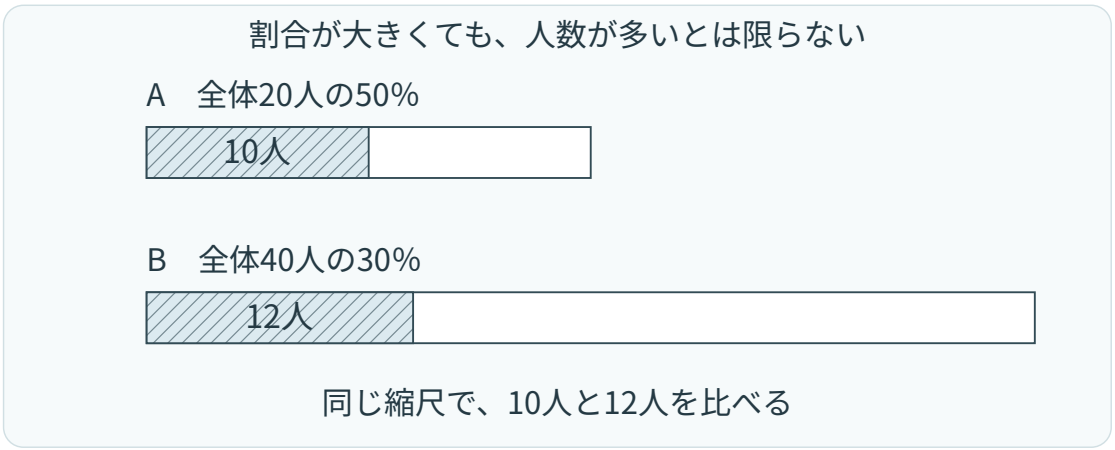
(4) 100円を20%増やし、その後の値段を20%減らします。最後の値段はいくらですか。もとの値段へ戻るかも、各段階の計算で確かめてください。

六　基準の異なる割合を比べる

割合だけが分かっても、実際の量の大小は決まらないことがあります。基準量が同じか異なるかを確かめます。

例題九　割合と実際の人数を比べる

A は 20 人の集団で参加者が 50%、B は 40 人の集団で参加者が 30%です。参加者は、どちらが何人多いですか。



図七　全て同じ縮尺です。A の参加者は 10 人、B の参加者は 12 人です。全体の人数が異なるので、50%と 30%の大小だけでは人数を比較できません。

$$20 \times 0.5 = 10 \qquad 40 \times 0.3 = 12$$

B の方が $12 - 10 = 2$ で 2 人多くなります。割合が大きい A の方が、実際の人数も多いとは限りません。人数を知りたいときは、それぞれの基準量と割合を使います。

ここでは、A と B に共通する人はいないものとします。集団を合わせた割合を求めるときも、人数を先に合わせます。A と B の全体は 60 人、参加者は 22 人です。全体 60 人を基準にし、$22 \div 60 = \dfrac{11}{30}$ と求めます。50%と 30%をそのまま足した 80%にはなりません。

問六　基準をそろえて判断する

（1）A は 30 人の 40%、B は 50 人の 30%が参加しました。A と B に共通する人はいないものとします。参加者数をそれぞれ求め、どちらが多いか答えてください。

A の参加者　＿＿＿＿＿＿＿＿

B の参加者　＿＿＿＿＿＿＿＿

多い集団　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）同じ 12 人が、集団 A の 40%、集団 B の 30%に当たります。それぞれの集団全体は何人ですか。

集団 A の全体　＿＿＿＿＿＿＿＿

集団 B の全体　＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）（1）の A と B を合わせた参加者の割合を「40% + 30% = 70%」と考えてよいですか。全体と参加者の人数を示し、正しい割合を百分率で求めてください。

（4）来場者が 0 人、そのうちの利用者も 0 人だったので「利用者の割合は 0%」としました。この割合を 0 ÷ 0 で求めてよいですか。理由も示してください。

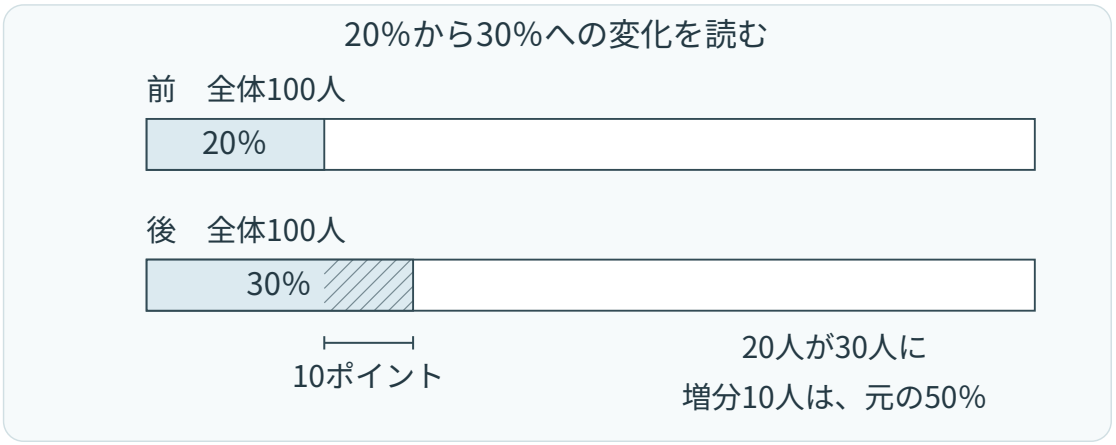
七　割合の変化を読み分ける



二つの百分率の差は、パーセントポイントという言い方で表します。たとえば 20%から 30%への変化では、百分率の数値の差が 10 なので「10 パーセントポイント上昇」、略して「10 ポイント上昇」といいます。

例題十　10 ポイントの上昇と 50%の増加を分ける

全体が 100 人の集団で、参加者の割合が 20%から 30%になりました。割合の差と、参加者の増加率を求めてください。



図八　全体 100 人をそろえた二本の帯です。割合の差は 10 ポイントです。増えた 10 人を元の 20 人と比べると 50%です。

割合の差は 30 − 20 = 10 で 10 ポイントです。参加者は 20 人から 30 人となり、増えたのは 10 人です。増えた 10 人を元の 20 人で割ると、増加率が分かります。

$$(30 - 20) \div 20 = 0.5 = 50\,\%$$

「10 ポイント上昇」と「50%増加」は、同じ変化を別の基準で表しています。前者は百分率の差、後者は元の人数を基準にした増分の割合です。この例は全体 100 人が変わらないので、元の割合 20%を基準にしても同じ 50%になります。単に「10%増えた」とは区別します。

元の割合が 0 のとき

0%から 10%になった場合も、差は 10 ポイントです。しかし元の 0%を基準にした増加率は、0 で割ることになるため求めません。ポイントの差を求められることと、増加率を求められることは別です。

問七　変化の意味を説明する

(1) 割合が 25%から 35%になりました。何ポイントの上昇ですか。また、元の 25%を基準にすると、何%増えていますか。

ポイントの差　＿＿＿＿＿＿＿＿

元の割合に対する増加率　＿＿＿＿＿＿＿＿

問七（2）割合 40%について、「元の割合から 20%増加した場合」と「20 ポイント上昇した場合」の後の割合を、それぞれ百分率で答えてください。

20%増加した後　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

20 ポイント上昇した後　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）割合が 0%から 10%になりました。ポイントの差と、元の割合に対する増加率を、どこまで求められるか説明してください。

到達確認

意味・計算・判断を確かめます。基準量と比較量を明らかにし、必要な単位をそろえます。式や図で確かめてもかまいません。

確認一　割合の意味を読む

（1）基準量 200g に対する比較量 50g の割合を、小数と百分率で答えてください。

小数で表した割合　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

百分率　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）割合 0.015 を百分率で表してください。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）「割合が 120%になることは絶対にない」という考えは正しいですか。基準量と比較量を明示した例を一つ示してください。

確認二　量を求めて確かめる

（1）1200 円の 15%引きで支払う金額を求め、値引きする金額との和が元の値段に戻るか確かめてください。

（2）全体の 30%が 90g です。全体の重さを求め、割合を掛けて確かめてください。

（3）$\frac{5}{8}$ L の 40%に当たる体積を求め、元の体積で割って割合を確かめてください。

確認三　基準と結果を検証する

（1）A は 10 人の 80%、B は 30 人の 40%が参加しました。A と B に共通する人はいないものとします。A と B を合わせた参加者の割合を求めてください。80%と 40%の単純な平均でよいかも説明してください。

（2）800 円を 25%増やし、その後の値段を 20%減らします。最後はいくらですか。割合の数値だけで判断せず、各段階で計算してください。

（3）割合が 40%から 50%へ上がりました。ポイントの差と増加率を求め、元の 40%の数値に増加後の倍を掛けて、50%へ戻ることを確かめてください。

この章から次へ

割合は、基準を 1 とした比較量の大きさです。小数・分数・百分率・歩合で表しても、同じ基準に対する関係は変わりません。次章では、長さと時間、金額と個数など、異なる二つの量を結び付ける考え方へ進みます。

第十四章　解答と考え方

式や理由は一例です。基準と比較量が明確で、条件を満たす別の正しい方法も使えます。数量には単位を付け、割合は指定された表し方で答えます。

問一　基準と割合を読む

正答　（1）40 人、0.75　（2）0　（3）1.25

考え方　（1）は会員全体の 40 人が基準です。30 ÷ 40 = 0.75 で、40 × 0.75 = 30 と戻せます。（2）は 0 ÷ 40 = 0 です。比較量が 0 でも基準量 40 は 0 ではありません。（3）は 150 ÷ 120 = 1.25 です。実際の枚数が目標より多いので、割合は 1 を超えます。

← 戻り先：第一節・例題一・図一

問二　表し方を変える

正答　（1）35%　（2）8%　（3）120%　（4）12.5%

考え方　（1）～（3）は小数の数値を 100 倍し、%を添えます。（4）は $\frac{1}{8} = 0.125$ なので、0.125 × 100 = 12.5 から 12.5%です。$\frac{1}{8}$ と 12.5%は同じ割合です。

正答　（5）0.45　（6）0.06　（7）1.25　（8）0.005

問二（5）～（8）は、%の前の数値を 100 で割ります。45 ÷ 100 = 0.45、6 ÷ 100 = 0.06、125 ÷ 100 = 1.25、0.5 ÷ 100 = 0.005 です。%が付いた数の値そのものを、さらに 100 で割るのではありません。

← 戻り先：第二節・例題二・例題三・図二・図三

問三　割合と量を求める

正答　（1）75%　（2）25%　（3）75%　（4）120%　（5）0%　（6）50%

考え方　（1）は 15 ÷ 20 = 0.75 = 75%、（2）は 20 ÷ 80 = 0.25 = 25%です。（3）は 1.2L = 1200mL へそろえて 900 ÷ 1200 = 0.75 = 75%と求めます。

問三（4）は 300 ÷ 250 = 1.2 = 120%、（5）は 0 ÷ 60 = 0 = 0%、（6）は $\frac{3}{8} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{2} = 50\,\%$ です。確認は順に 250 × 1.2 = 300、60 × 0 = 0、$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$ です。

問三（1）～（3）も、基準量へ割合を掛けて戻せます。20 × 0.75 = 15、80 × 0.25 = 20、1200 × 0.75 = 900 です。基準と比較量の向きを逆にしていないかを確かめます。

正答　問三（7）120 円　（8）30g　（9）1.2L　（10）$\frac{1}{2}$ m　（11）0 人　（12）250 円

問三（7）は 600 × 0.2 = 120、（8）は 240 × 0.125 = 30、（9）は 1.5 × 0.8 = 1.2 です。確認は 120 ÷ 600 = 0.2、30 ÷ 240 = 0.125、1.2 ÷ 1.5 = 0.8 です。百分率を小数に直して計算しています。

問三（10）は $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$ です。確認は $\frac{1}{2} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{4} = 75\,\%$ です。（11）は 80 × 0 = 0、確認は 0 ÷ 80 = 0 です。（12）は 200 × 1.25 = 250、確認は 250 ÷ 200 = 1.25 です。125%を 0.125 としないようにします。

正答　（13）240g　（14）400 円　（15）4L　（16）$\frac{1}{2}$ m　（17）45 人　（18）300 円

問三（13）は 60 ÷ 0.25 = 240、（14）は 320 ÷ 0.8 = 400、（15）は 0.5 ÷ 0.125 = 4 です。確認は 240 × 0.25 = 60、400 × 0.8 = 320、4 × 0.125 = 0.5 です。分かっている部分を割合で割り、全体へ戻します。

問三（16）は $\frac{3}{8} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$、確認は $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$ です。（17）は 45 ÷ 1 = 45、確認は 45 × 1 = 45 です。（18）は 360 ÷ 1.2 = 300、確認は 300 × 1.2 = 360 です。比較量が基準量より大きいと、基準量へ戻した結果は比較量より小さくなります。

←　**戻り先：**第一節・第二節・第三節・例題四・例題五・図四・図五

問四　歩合を読み替える

正答　（1）0.25、25%　（2）0.08、8%　（3）3 割 2 分 5 厘

考え方　（1）は 0.2 + 0.05 = 0.25 で 25%です。（2）は 1 分 = 0.01 なので 8 分は 0.08、百分率では 8%です。（3）は 0.325 = 0.3 + 0.02 + 0.005 です。3 割、2 分、5 厘を合わせた割合です。

←　**戻り先：**第四節・例題六

問五　増減を計算する

正答　（1）1200 円　（2）1000 円　（3）3000 円　（4）96 円

考え方　（1）は残り 80%なので 1500 × 0.8 = 1200 です。（2）は全体 125%なので 800 × 1.25 = 1000 です。（3）は 2 割引きが 20%引きなので、2400 円は元の 80%です。2400 ÷ 0.8 = 3000 で、3000 × 0.8 = 2400 と戻せます。

理由の確認　問五（4）は 100 × 1.2 = 120、次に 120 × 0.8 = 96 です。最初に増えたのは 20 円、後で減ったのは 24 円です。二度目の基準は 120 円なので、同じ 20%でも金額が異なり、もとの 100 円へは戻りません。

←　**戻り先：**第三節・第四節・第五節・例題七・例題八・図六

問六　基準をそろえて判断する

正答　（1）12 人、15 人、B　（2）30 人、40 人　（3）33.75%　（4）求められません。

考え方　（1）は 30 × 0.4 = 12、50 × 0.3 = 15 で、B が多くなります。40%と 30%という割合の大小だけでは、人数の大小は決まりません。（2）は 12 ÷ 0.4 = 30、12 ÷ 0.3 = 40 です。同じ 12 人でも、全体が異なるため割合が異なります。

問六（3）は、全体が 30 + 50 = 80 で 80 人、参加者が 12 + 15 = 27 で 27 人です。27 ÷ 80 = 0.3375 = 33.75%と求めます。足した 70%は、全体 80 人に対する割合ではありません。

理由の確認　問六（4）は基準の来場者数が 0 です。0 ÷ 0 は使えず、一つの割合を決められません。正の人数を基準にした参加者 0 人の割合が 0 になる場合と区別します。

←　**戻り先：**第一節・第三節・第六節・例題九・図七

問七　変化の意味を説明する

正答　（1）10 ポイント、40%　（2）48%、60%　（3）差 10 ポイント、増加率は求められない

考え方　（1）は 35 − 25 = 10 で 10 ポイントの差です。増加率は増えた 10 を元の 25 で割り、10 ÷ 25 = 0.4 = 40%です。（2）は百分率の数値で 40 × 1.2 = 48 となる 48%と、40 + 20 = 60 となる 60%です。20%増加と 20 ポイント上昇は違う変化です。

問七（3）は 10 − 0 = 10 で、差は 10 ポイントです。増加率は元の 0 を基準にしなければならず、0 で割るため求めません。ポイントの差まで求められます。

←　**戻り先：**第一節・第六節・第七節・例題十・図八

到達確認の解答

確認一　割合の意味を読む

正答　（1）0.25、25%　（2）1.5%　（3）正しくありません。

考え方　（1）は 50 ÷ 200 = 0.25 = 25%です。（2）は 0.015 × 100 = 1.5 で 1.5%です。百分率の数値が 1.5 であり、1.5 倍という意味ではありません。

確認一（3）の解答例　目標100枚に対して実際120枚なら、100枚を基準にした割合は120 ÷ 100 = 1.2 = 120%です。目標を超えた量との比較なので100%を超えます。全体の中の一部分を比べる場面とは区別します。

← 戻り先：第一節・第二節・例題一・例題三・図三

確認二　量を求めて確かめる

正答　（1）1020円　（2）300g　（3）$\frac{1}{4}$ L

考え方　（1）は残り85%なので1200 × 0.85 = 1020です。値引きする金額は1200 × 0.15 = 180で、1020 + 180 = 1200と元の値段へ戻ります。（2）は90 ÷ 0.3 = 300で300gです。確認は300 × 0.3 = 90です。

確認二（3）は$40\ \% = \frac{2}{5}$なので、$\frac{5}{8} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{4}$で$\frac{1}{4}$ Lです。確認は$\frac{1}{4} \div \frac{5}{8} = \frac{2}{5} = 40\ \%$となり、元の割合に戻ります。0.25Lという答えでも同じです。

← 戻り先：第二節・第三節・第五節・例題四・例題五・例題七

確認三　基準と結果を検証する

正答　（1）50%　（2）800円　（3）10ポイント、25%

考え方　（1）はAが10 × 0.8 = 8で8人、Bが30 × 0.4 = 12で12人です。参加者は20人、全体は40人なので、20 ÷ 40 = 0.5 = 50%です。

理由の確認　確認三（1）は、百分率の数値の単純な平均(80 + 40) ÷ 2 = 60を使えません。全体の人数がAとBで異なるためです。各集団の参加者と全体の人数を合わせてから、割合を求めます。

確認三（2）は800 × 1.25 = 1000、1000 × 0.8 = 800で、今回は元の800円へ戻ります。後の20%は1000円が基準です。増加率25%と減少率20%の数値だけで、戻るかどうかを判断しません。

確認三（3）は50 − 40 = 10で10ポイントの差です。増加率は10 ÷ 40 = 0.25 = 25%です。後の割合は元の1.25倍なので、百分率の数値で40 × 1.25 = 50と確かめられます。

← 戻り先：第三節・第五節・第六節・第七節・例題八・例題九・例題十・図七・図八

第十五章

二つの量を結びつける

「250g で 450 円」と「1 時間に 4km」。場面は違っても、二つの量を結び付けている点は共通しています。一方を 1 当たりにそろえると、比較や計算の根拠が見えてきます。答えの数値だけでなく、何を 1 とした量なのかを読みましょう。

使う知識　数と単位（第一章）、小数・分数の表し方と四則（第二〜十章）、等式と逆算（第十一・十二章）、差・倍・割合（第十三・十四章）。必要な換算は本文や問題にも示します。

進み方　問一で意味、問二〜四で計算と換算、問五〜七で全体・比・条件を確かめます。この章は 0 以上の量を扱い、割る量は 0 でないものとします。

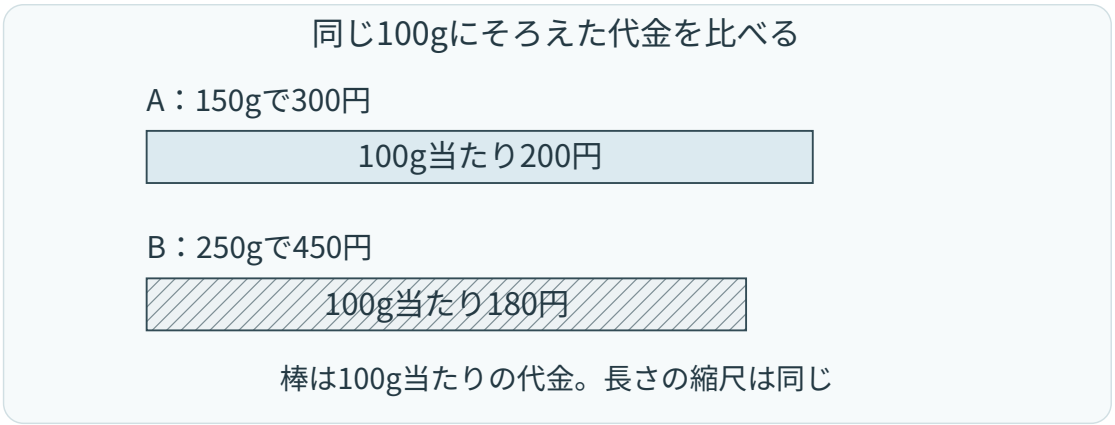
一　一方を 1 にそろえる



商品の重さと代金が両方違うとき、代金だけでは割安かどうか決まりません。同じ重さに当たる代金へそろえると比較できます。一方の量の一単位に当たるもう一方の量を、単位量当たりの大きさといいます。

例題一　同じ重さに当たる代金で比べる

同じ品が、A は 150g で 300 円、B は 250g で 450 円です。重さ当たりの代金は、どちらが安いですか。



図一　二本の棒は 100g 当たりの代金です。同じ重さにそろえると、B の方が安いと分かります。

$$300 \div 150 = 2 \qquad 450 \div 250 = 1.8$$

1g 当たりでは、A は 2 円、B は 1.8 円です。100g 当たりなら、A は 2 × 100 = 200 で 200 円、B は 1.8 × 100 = 180 で 180 円です。どちらの単位で比べても B の方が安くなります。1 個・1g・1L など当たりの代金を単価といいます。

割る順序と単位

代金 ÷ 重さなら 1g 当たりの代金で、単位を円/g と書けます。重さ ÷ 代金なら 1 円当たりの重さで、単位は g/円です。斜線の前後の単位も、何を 1 当たりにするかを表します。順序を逆にすると、別の量になります。

1g 当たりの計算値は、実際に 1g ずつ買えることまで意味しません。袋ごとの値段を、同じ重さで比較するために換算しています。

問一　何を 1 当たりにするか

（1）3L で 360 円の品物は、1L 当たり何円ですか。単位も付けて答えてください。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）同じ品が、A は 300g で 600 円、B は 500g で 900 円です。それぞれ 100g 当たりの代金と、割安な方を答えてください。

A の 100g 当たりの代金　＿＿＿＿＿＿＿＿

B の 100g 当たりの代金　＿＿＿＿＿＿＿＿

割安な方　＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）2L で 240 円について、240 ÷ 2 と 2 ÷ 240 は、それぞれ何を 1 当たりとするどのような量ですか。数値は求めず、意味を説明してください。

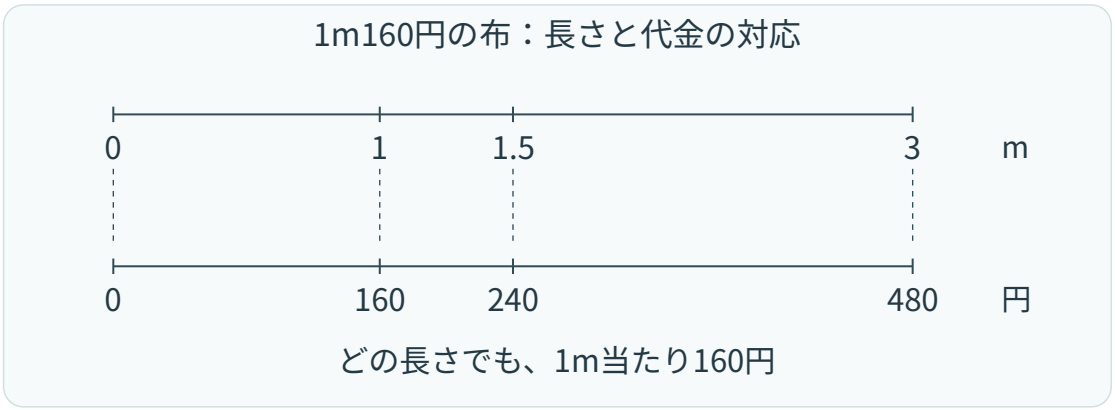
二　一定の単位量から量を求める



単価が一定なら、単価と買う量を掛けると代金を求められます。基本料金や量による割引がある場合は、同じ関係をそのまま使えません。まず、どの条件で一定なのかを確かめます。

例題二　長さと代金を一つの関係で結ぶ

1m 当たり 160 円の布を、同じ単価で必要な長さだけ買えます。基本料金はありません。1.5m の代金はいくらですか。



図二　1m と 160 円、1.5m と 240 円、3m と 480 円が対応しています。二本の数直線は別の量を示し、上下の対応を位置でそろえています。

$$160 \times 1.5 = 240$$

答えは 240 円です。単価 160 円/m × 長さ 1.5m = 代金 240 円という関係です。240 ÷ 1.5 = 160 と戻すと、1m 当たり 160 円であることを確かめられます。代金 640 円から長さを求めるなら、640 ÷ 160 = 4 で 4m です。

単位量当たりの値が一定のとき、一方を 2 倍、3 倍にすれば、もう一方も 2 倍、3 倍になります。このような二量の関係を比例するといいます。布の例では、代金は長さに比例します。長さ 0m の代金も 0 円です。

同じ関係から逆向きに求める

単価 × 量 = 代金という関係から、代金 ÷ 量で単価を、代金 ÷ 単価で量を求められます。割る量が 0 でないことと、答えの単位を確かめます。式の並びだけで判断せず、どの量が分かっているかを読みます。

問二　対応する量を求める

単価は一定で、基本料金や割引はありません。式を書き、指定された量を求めてください。元の積や商へ戻して確かめましょう。

問二　計算・答え

（1）1m180 円の布、2.5m の代金 答え　＿＿＿＿＿＿	（2）1kg240 円の品、0.75kg の代金 答え　＿＿＿＿＿＿
（3）1m120 円のひも、$\frac{3}{4}$ m の代金 答え　＿＿＿＿＿＿	（4）1L160 円の品、640 円分の体積 答え　＿＿＿＿＿＿
（5）1m240 円の布、180 円分の長さ 答え　＿＿＿＿＿＿	（6）1kg600 円の品、400 円分の重さ 答え　＿＿＿＿＿＿

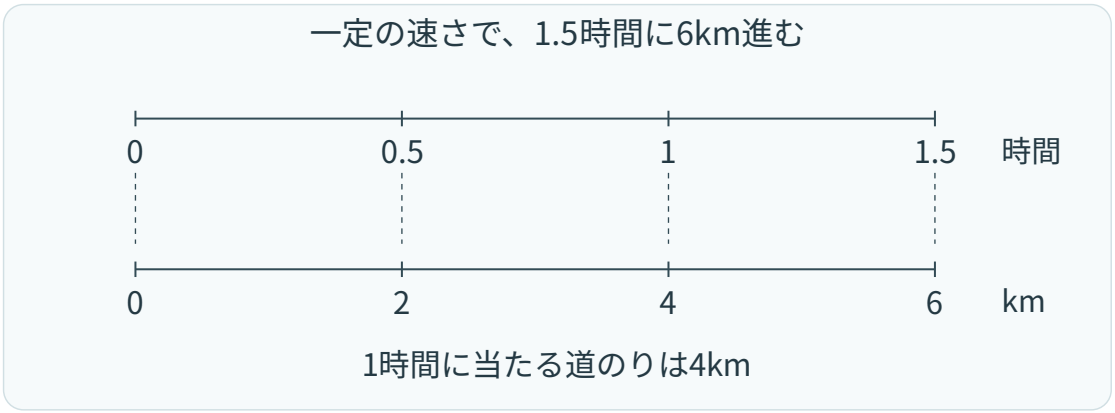
三　速さと時間の単位を読む



速さは、一定の時間にどれだけ進むかを表します。道のりをかかった時間で割ると、1時間当たりや1秒当たりの道のりを求められます。1時間当たりなら時速、1分当たりなら分速、1秒当たりなら秒速です。

例題三　時間を 1 当たりにそろえる

一定の速さで、1.5 時間に 6km 進みました。時速は何 km ですか。



図三　時間を 1.5 で割って 1 時間にそろえると、道のりも 1.5 で割ります。1 時間に当たる道のりは 4km です。

$$6 \div 1.5 = 4$$

答えは時速 4km です。4km/h とも書き、h は時間を表す記号です。$4 \times 1.5 = 6$ で元の道のりへ戻せます。速さ × 時間 = 道のりを使うときは、km/h には時間、m/s には秒など、対応する単位にそろえます。s は秒を表します。

1 時間 30 分は 1.30 時間ではない

1 時間 = 60 分なので、30 分は $30 \div 60 = 0.5$ で 0.5 時間です。1 時間 30 分は 1.5 時間になります。時間の区切りを、小数の位取りと混同しないようにします。

例題四　時速と秒速をそろえる

時速 72km を、秒速何 m かで表してください。1km = 1000m、1 時間 = 60 分、1 分 = 60 秒とします。

1 時間に 72km 進むので、3600 秒に 72000m 進むことになります。道のりと時間を両方とも換算します。

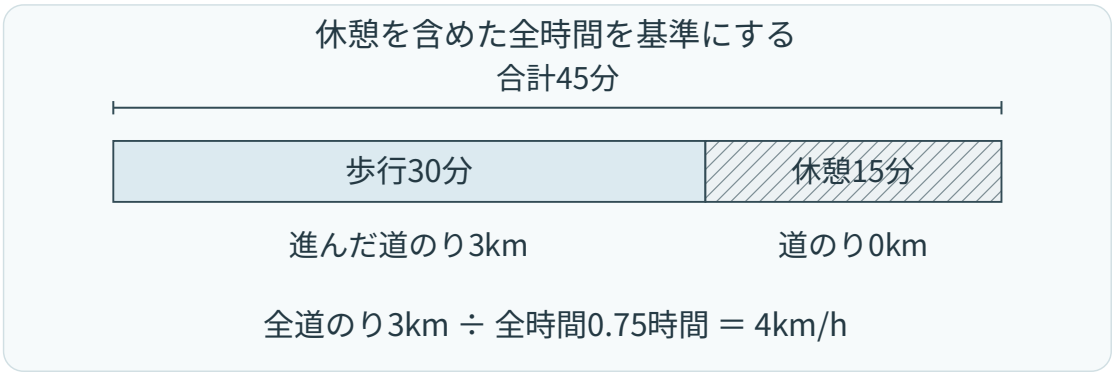
$$72 \times 1000 = 72000 \qquad 60 \times 60 = 3600$$

$$72000 \div 3600 = 20$$

答えは秒速 20m、つまり 20m/s です。$20 \times 3600 = 72000$ で 1 時間の道のりへ戻り、72000m は 72km です。数値を 60 で割るだけでは、秒速 m に直せません。

例題五　休憩を含めた平均の速さを求める

3km を 30 分で歩き、続いて 15 分休憩しました。歩き始めてから休憩が終わるまでの、平均の速さを時速で求めてください。



図四　帯の長さが示すのは時間です。歩行と休憩を合わせた 45 分に、全体として 3km 進んだと捉えます。

$$30 + 15 = 45 \qquad 45 \div 60 = 0.75$$

$$3 \div 0.75 = 4$$

平均の速さは時速 4km です。平均の速さは、全道のり ÷ 全時間で求めます。歩いていた間だけなら 3 ÷ 0.5 = 6 で時速 6km ですが、今回は休憩も時間に含めます。平均時速 4km だからといって、どの瞬間も時速 4km だったわけではありません。

問三　速さと単位を扱う

（1）〜（6）は一定の速さとします。1 時間 = 60 分、1 分 = 60 秒、1km = 1000m です。式と単位を示し、求めた量を元の関係へ戻して確かめてください。

問三　計算・答え

（1）18km を 3 時間。時速を求める

答え ＿＿＿＿＿＿

（2）9km を 1.5 時間。時速を求める

答え ＿＿＿＿＿＿

問三　計算・答え

（3）1.2km を 15 分。時速を求める 答え　＿＿＿＿＿＿＿＿	（4）200m を 25 秒。秒速を求める 答え　＿＿＿＿＿＿＿＿
（5）時速 6km で 1.25 時間進む道のり 答え　＿＿＿＿＿＿＿＿	（6）18km/h で 4.5km は何分か 答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（7）時速 54km を、秒速何 m かで表してください。換算の式も示してください。

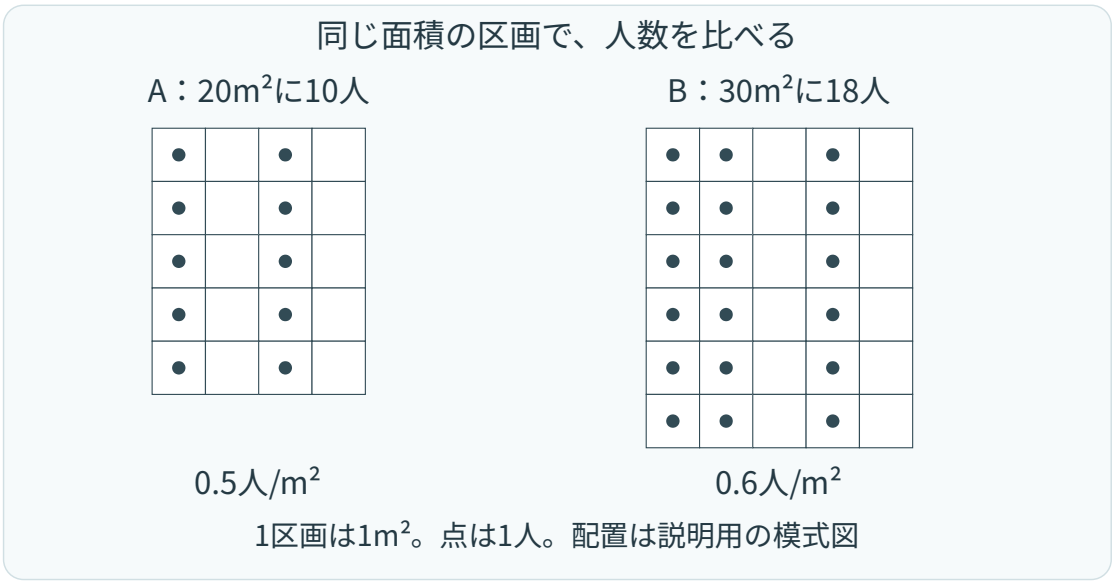
（8）同じ 12km の道を、行きは時速 60km、帰りは時速 40km で進みました。各区間は一定の速さで、休憩はありません。往復全体の平均の速さを求め、二つの速さの単純な平均でよいかも確かめてください。

四　混み具合を単位面積で比べる

部屋にいる人数が多くても、広い部屋なら混んでいるとは限りません。同じ面積に当たる人数で、平均的な混み具合を比べられます。一辺 1m の正方形の面積を 1 平方メートルといい、1m^2 と書きます。

例題六　人数と面積を一緒に見る

A は 20m^2 に 10 人、B は 30m^2 に 18 人います。1m^2 当たりの人数で比べると、どちらが混んでいますか。



図五　面積の区画の大きさと、人数を示す点の大きさは共通です。平均では B の方が 1m^2 当たりの人数が多くなります。

$$10 \div 20 = 0.5 \qquad 18 \div 30 = 0.6$$

A は 0.5 人/m^2、B は 0.6 人/m^2 なので、B の方が混んでいます。この人数 ÷ 面積の値を、人の密度ともいいます。0.5 人/m^2 は人を半分にすることではなく、平均的な混み具合を表す値です。実際の人の配置が均等であることまでは意味しません。

逆に、面積 ÷ 人数なら一人当たりの面積です。A は $20 \div 10 = 2$ で 2m^2/人、B は $30 \div 18 = \frac{5}{3}$ で $\frac{5}{3}\,\text{m}^2$/人です。この比べ方では、一人当たりの面積が小さい B の方が混んでいます。何を 1 当たりにしたかで、数値の読み方が変わります。

問四　混み具合と量を求める

人数 ÷ 面積で、平均的な混み具合を比べます。式と単位を示し、（4）（5）は元の関係へ戻して確かめてください。

問四　計算・答え

（1）40m² に 24 人。混み具合 答え　＿＿＿＿＿＿	（2）30m² に 18 人。混み具合 答え　＿＿＿＿＿＿
（3）20m² に 0 人。混み具合 答え　＿＿＿＿＿＿	（4）0.8 人/m² で 25m²。全体の人数 答え　＿＿＿＿＿＿
（5）1.5 人/m² で 30 人。全体の面積 答え　＿＿＿＿＿＿	（6）10m² に 15 人。一人当たりの面積 答え　＿＿＿＿＿＿

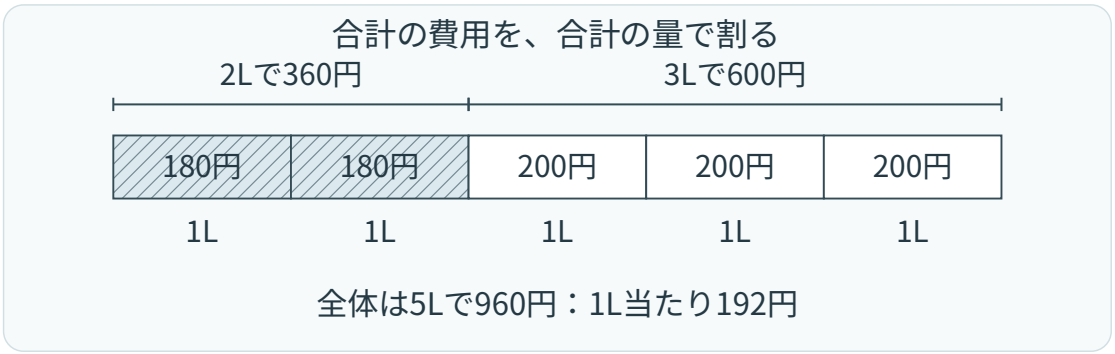
五　全体を通した値を求める



いくつかの部分を合わせるときは、元の量を合計してから 1 当たりの値を求めます。部分ごとの値をそのまま足したり、二つだから 2 で割ったりすればよいとは限りません。

例題七　購入した分全体の単価を求める

同じ品を、2L で 360 円、別に 3L で 600 円買いました。購入した分全体では、1L 当たりいくらかかりましたか。



図六　1L 当たり 180 円で 2L、1L 当たり 200 円で 3L です。両方の量と費用を合計してから求めます。

$$360 + 600 = 960 \qquad 2 + 3 = 5$$

$$960 \div 5 = 192$$

全体では 1L 当たり 192 円です。192 × 5 = 960 で合計費用に戻ります。180 円と 200 円の単純な平均は 190 円ですが、今回は買った量が同じではありません。全体の単位量当たりの値と区別します。

平均の速さなら全道のりと全時間、合わせた場所の混み具合なら全人数と全面積を使います。平均の数値のもとになった量へ戻ることが大切です。

問五　全体から平均を求める

（1）時速 60km で 0.5 時間、その後は時速 40km で 1.5 時間進みました。各区間は一定の速さで、休憩はありません。全道のりと全時間を示し、全体の平均の速さを求めてください。

問五（2）同じ品を、3kg で 900 円、別に 2kg で 500 円買いました。購入した分全体での 1kg 当たりの費用を求めてください。

（3）A の 20m² に 10 人、隣り合う B の 30m² に 30 人います。二つの場所を合わせた 1m² 当たりの人数を求めてください。0.5 人/m² と 1 人/m² の単純な平均ではない理由も示してください。

六　比で二つの量を表す

二つの量の関係は、比という表し方でも捉えられます。この節では、同じ種類の正の量を同じ単位にそろえて比べます。比は順序をもった二つの数を使い、2：3 を「2 対 3」と読みます。どちらの量が前かを明示します。

例題八　同じ関係を簡単な比で表す

原液 80mL と水 120mL を用意します。原液と水の体積の比を、できるだけ簡単な整数の比で表してください。

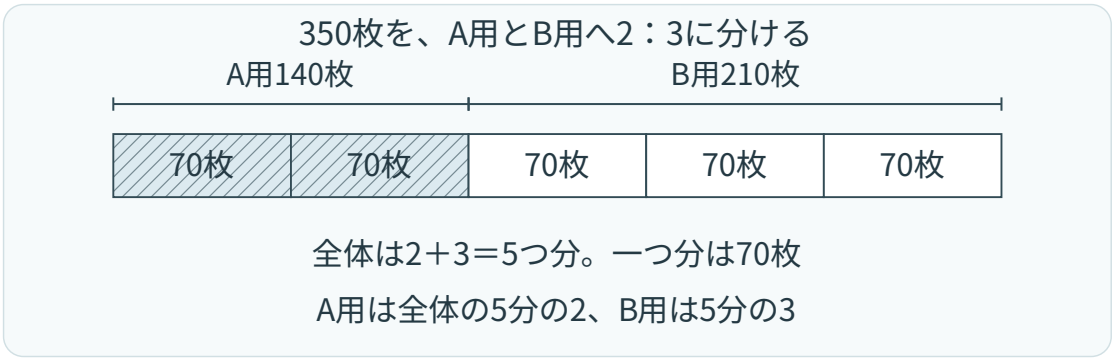
比は 80：120 です。両方を同じ 40 で割ると 2：3 になります。比の後の数で前の数を割った商を比の値といいます。後の数が 0 でないときに求められます。

$$80 \div 120 = \frac{2}{3} \qquad 2 \div 3 = \frac{2}{3}$$

どちらも同じ比の値です。両方の数を同じ正の数で掛けたり割ったりしても、商が変わらないので比は変わりません。2：3 から 10：15 にするように、同じ関係を大きな量にも小さな量にも使えます。

例題九　全体を比に従って分ける

用紙 350 枚を、A 用と B 用に 2：3 の比で分けます。それぞれ何枚ですか。



図七　A 用の 2 つ分と B 用の 3 つ分を合わせ、全体は 5 つ分です。350 枚を 5 等分した一つ分を基にします。

$$350 \div (2 + 3) = 70 \qquad 70 \times 2 = 140 \qquad 70 \times 3 = 210$$

A 用は 140 枚、B 用は 210 枚です。140 + 210 = 350 で全体に戻り、$140 \div 210 = \frac{2}{3}$ で比も確かめられます。A 用は全体の $\frac{2}{5}$、B 用は全体の $\frac{3}{5}$ です。比の値 $\frac{2}{3}$ と、A 用が全体に占める割合 $\frac{2}{5}$ は、比べる相手が違います。

問六　比と全体を結び付ける

（1）砂糖 120g と粉 180g の比を、この順で、できるだけ簡単な整数の比で表してください。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）2L と 500mL の比を、この順で、できるだけ簡単な整数の比で表してください。1L = 1000mL とします。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）原液と水を 2：3 の比で用意します。水が 150mL なら原液は何 mL ですか。また、混ぜる前の二つの体積の合計は何 mL ですか。

原液の体積　＿＿＿＿＿＿＿＿

体積の合計　＿＿＿＿＿＿＿＿

問六（4）用紙 450 枚を、A 用と B 用に 2：3 の比で分けます。それぞれ何枚ですか。

A 用　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

B 用　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

（5）原液と水の比は 2：3 です。混ぜる前の二つの体積の合計を全体とします。原液の割合を分数と百分率で答え、比の値との違いを説明してください。

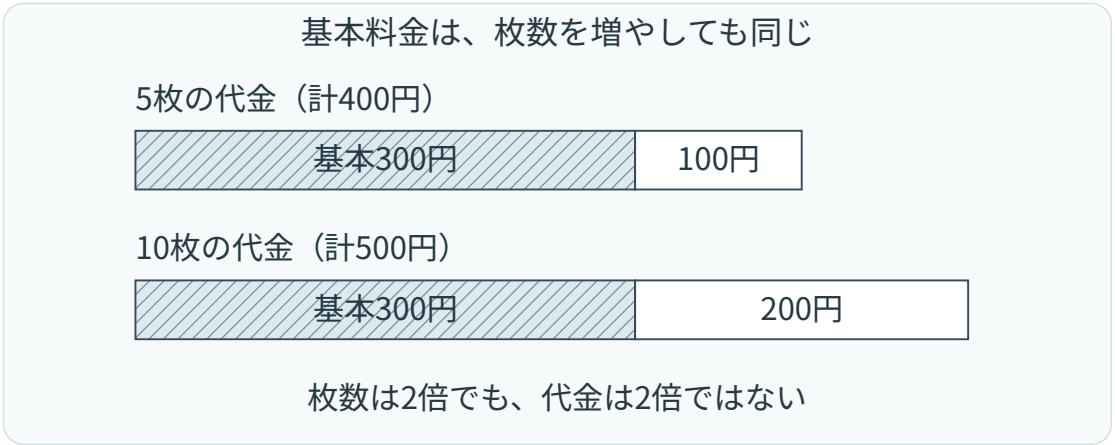
七　関係が成り立つ条件を確かめる



1 当たりの値で全体を求めるには、その値を使える条件が必要です。一定の値を使った計算ができることと、現実のどんな場合にも一定であることは別です。

例題十　基本料金がある代金を読む

印刷の料金は、基本料金 300 円と、1 枚当たり 20 円の合計です。5 枚から 10 枚へ増やすと、代金も 2 倍になりますか。



図八　基本料金 300 円は共通です。枚数に応じた部分だけが 100 円から 200 円へ増えるので、全体の代金は 2 倍になりません。

$$300 + 20 \times 5 = 400 \qquad 300 + 20 \times 10 = 500$$

5 枚では 400 円、10 枚では 500 円です。400 円の 2 倍 800 円にはなりません。1 枚当たりの追加料金が一定でも、代金全体は枚数に比例しません。0 枚でも基本料金を払う、この料金規則に従うものとします。

記録と規則を区別する

2m で 300 円、4m で 600 円という記録は、同じ単価と一致します。しかし、二つの記録だけで、どの長さでも同じとは言い切れません。一定の単価で売るという規則、基本料金や割引の有無などを確かめます。

0 があるときは、割る量を確かめる

0km を 0.5 時間で進んだなら、平均の速さは 0 ÷ 0.5 = 0 で 0km/h です。道のりも時間も 0 の記録からは、0 ÷ 0 で速さを求められません。どちらの量が 0 かを区別します。

問七　条件と単位を確かめる

（1）基本料金 200 円と 1 枚当たり 30 円を払います。10 枚の代金はいくらですか。5 枚の代金の 2 倍になるか、計算して説明してください。

（2）2m300 円、4m600 円という二つの記録だけから、どの長さでも同じ単価だと言い切れますか。追加して確かめたい条件を一つ示してください。

（3）0km を 30 分で進んだ記録と、0km を 0 時間で進んだ記録があります。それぞれ平均の速さを求められますか。理由も説明してください。

問七（4）時速 15km と秒速 5m では、どちらが速いですか。同じ単位にそろえて説明してください。1 時間 = 3600 秒、1km = 1000m とします。

到達確認

何を 1 当たりにしたか、単位と条件はそろっているかを確かめます。数値だけでなく、式や理由を必要に応じて示してください。

確認一　関係と単位を読む

（1）12km を 40 分で進んだときの平均の速さを、時速で表してください。1 時間 = 60 分とします。

答え　＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）5km を 10km で割った割合と、10km を 2 時間で割った速さは、どのような違いがありますか。それぞれの値と、単位の有無を示してください。

（3）用紙を A 用と B 用に 3：2 で分けます。A 用は全体のどれだけですか。分数と百分率で答えてください。

確認二　量を求めて確かめる

（1）1m240 円の布を、同じ単価で $\frac{3}{4}$ m 買います。基本料金はありません。代金を求め、買った長さで割って単価に戻ることを確かめてください。

（2）秒速 1.2m の一定の速さで 90 秒進みます。道のりを求め、時間で割って速さに戻ることを確かめてください。

（3）1m^2 当たり 0.75 人の場所に、全体で 24 人います。面積を求め、人数へ戻して確かめてください。

確認三　条件と全体から判断する

（1）同じ 9km の道を、行きは時速 6km、帰りは時速 3km で進みます。各区間は一定の速さで、休憩はありません。往復の全時間と平均の速さを求めてください。

（2）同じ品が、A は 300g で 540 円、B は 500g で 850 円です。それぞれ 100g 当たりの代金を求め、割安な方を答えてください。

（3）配送料金は基本料金 200 円と 1km 当たり 80 円の合計です。0km、1km、2km の料金を求めてください。料金全体は距離に比例するか、理由も示してください。0km でも基本料金を払う規則とします。

この一冊で確かめたこと

数が何を表すかを確かめ、同じ量を別の形で表し、計算の意味へ戻ってきました。この章でも、割る順序、単位、基準を読むことが判断を支えています。式を使うときは、その式が表す量と成り立つ条件へ戻れます。新しい内容を学ぶときにも、この確かめ方を使えます。

第十五章　解答と考え方

式や理由は一例です。条件を満たす別の正しい方法も使えます。数値には必要な単位を付け、比では順序と全体を明示します。

問一　何を 1 当たりにするか

正答　（1）120 円/L　（2）A は 200 円、B は 180 円、B　（3）前者は 1L 当たりの代金、後者は 1 円当たりの体積

考え方　（1）は 360 ÷ 3 = 120 です。120 × 3 = 360 で戻ります。（2）は 600 ÷ 300 × 100 = 200、900 ÷ 500 × 100 = 180 なので、同じ 100g では B の方が安くなります。（3）では代金 ÷ 体積と体積 ÷ 代金を区別します。単位はそれぞれ円/L と L/円です。

← 戻り先：第一節・例題一・図一

問二　対応する量を求める

正答　（1）450 円　（2）180 円　（3）90 円　（4）4L　（5）0.75m　（6）$\frac{2}{3}$ kg

考え方　（1）は 180 × 2.5 = 450、（2）は 240 × 0.75 = 180、（3）は $120 \times \frac{3}{4} = 90$ です。確かめはそれぞれ 450 ÷ 2.5 = 180、180 ÷ 0.75 = 240、$90 \div \frac{3}{4} = 120$ で、元の単価に戻ります。

問二（4）は 640 ÷ 160 = 4、（5）は 180 ÷ 240 = 0.75、（6）は $400 \div 600 = \frac{2}{3}$ です。確かめは 160 × 4 = 640、240 × 0.75 = 180、$600 \times \frac{2}{3} = 400$ で、元の代金に戻ります。単価で割ると、L・m・kg など買った量が求まります。

← 戻り先：第二節・例題二・図二

問三　速さと単位を扱う

正答　（1）6km/h　（2）6km/h　（3）4.8km/h　（4）8m/s　（5）7.5km　（6）15 分　（7）15m/s　（8）48km/h

考え方　（1）は 18 ÷ 3 = 6、（2）は 9 ÷ 1.5 = 6 です。（3）は 15 ÷ 60 = 0.25 で 15 分を 0.25 時間とし、1.2 ÷ 0.25 = 4.8 です。（4）は 200 ÷ 25 = 8 です。検算は 6 × 3 = 18、6 × 1.5 = 9、4.8 × 0.25 = 1.2、8 × 25 = 200 で道のりに戻ります。

問三（5）は 6 × 1.25 = 7.5 です。7.5 ÷ 1.25 = 6 で時速に戻ります。（6）は 4.5 ÷ 18 = 0.25 で 0.25 時間です。0.25 × 60 = 15 なので 15 分です。$18 \times \frac{1}{4} = 4.5$ で道のりに戻せます。（7）は 54000 ÷ 3600 = 15 です。15 × 3600 = 54000 で 1 時間に 54km 進むことを確かめられます。

理由の確認　問三（8）の行きは 12 ÷ 60 = 0.2 時間、帰りは 12 ÷ 40 = 0.3 時間です。全時間 0.5 時間、全道のり 24km なので 24 ÷ 0.5 = 48 です。48 × 0.5 = 24 で戻ります。二つの速さの単純な平均 50km/h とは違います。遅い帰りの方に長い時間がかかっています。

← **戻り先：**第三節・第五節・例題三・例題四・例題五・図三・図四

問四　混み具合と量を求める

正答　（1）0.6 人/m^2　（2）0.6 人/m^2　（3）0 人/m^2　（4）20 人　（5）20m^2　（6）$\frac{2}{3}$ m^2/人

考え方　（1）は 24 ÷ 40 = 0.6、（2）は 18 ÷ 30 = 0.6、（3）は 0 ÷ 20 = 0 です。面積が正なので、0 人の混み具合を 0 と求められます。

問四（4）は 0.8 × 25 = 20 で 20 人、20 ÷ 25 = 0.8 で密度に戻ります。（5）は 30 ÷ 1.5 = 20 で 20m^2、1.5 × 20 = 30 で人数に戻ります。（6）は面積 ÷ 人数なので $10 \div 15 = \frac{2}{3}$ です。$\frac{2}{3} \times 15 = 10$ で全面積に戻ります。一人当たりの面積と、1m^2 当たりの人数を区別します。

← **戻り先：**第四節・例題六・図五

問五　全体から平均を求める

正答　（1）90km、2 時間、45km/h　（2）280 円/kg　（3）0.8 人/m^2

考え方　（1）の道のりは 60 × 0.5 = 30、40 × 1.5 = 60 なので、全体は 30 + 60 = 90 で 90km です。時間は 0.5 + 1.5 = 2 で 2 時間、平均の速さは 90 ÷ 2 = 45 です。45 × 2 = 90 で全道のりに戻ります。

問五（2）は費用 900 + 500 = 1400、量 3 + 2 = 5 なので 1400 ÷ 5 = 280 です。280 × 5 = 1400 で戻ります。（3）は人数 10 + 30 = 40、面積 20 + 30 = 50 なので 40 ÷ 50 = 0.8 です。0.8 × 50 = 40 で全人数に戻ります。面積が違うため、二つの密度の単純な平均 0.75 人/m^2 ではありません。

← **戻り先：**第三節・第四節・第五節・例題五・例題六・例題七・図六

問六　比と全体を結び付ける

正答　（1）2：3　（2）4：1　（3）原液 100mL、合計 250mL　（4）A 用 180 枚、B 用 270 枚　（5）$\frac{2}{5}$、40%

考え方　（1）は 120 と 180 を同じ 60 で割ります。（2）は 2L を 2000mL へ直し、2000：500 の両方を 500 で割ります。単位をそろえる前の 2：500 ではありません。

問六（3）は水の 3 つ分が 150mL なので 150 ÷ 3 = 50 で一つ分 50mL です。原液は 50 × 2 = 100 で 100mL、二つの体積の合計は 100 + 150 = 250 で 250mL です。$100 \div 150 = \frac{2}{3}$ で元の比を確かめられます。（4）は 450 ÷ 5 = 90、90 × 2 = 180、90 × 3 = 270 です。180 + 270 = 450 で全体に戻ります。

理由の確認　問六（5）は原液 2 つ分と水 3 つ分の合計 5 つ分が全体なので、原液の割合は $\frac{2}{5} = 0.4 = 40\,\%$ です。比の値 $\frac{2}{3}$ は原液を水と比べた値で、全体と比べた値ではありません。混ぜた後の体積ではなく、問題で指定した混ぜる前の体積の合計を使います。

←　**戻り先：**第六節・例題八・例題九・図七

問七　条件と単位を確かめる

正答　（1）500 円、2 倍ではない　（2）言い切れない　（3）30 分なら 0km/h、0 時間では求められない　（4）秒速 5m の方が速い

考え方　（1）は 200 + 30 × 10 = 500 です。5 枚は 200 + 30 × 5 = 350 で 350 円、その 2 倍は 700 円です。枚数に比例するのは 30 円ずつの追加部分で、基本料金を含む代金全体ではありません。

問七（2）の解答例：どの長さでも同じ単価で売る規則か、一定量を超える割引や基本料金がないかを確かめます。二つの記録が一致するだけでは、すべての長さでの規則を確定できません。

問七（3）は 30 ÷ 60 = 0.5 で 30 分を 0.5 時間に直し、0 ÷ 0.5 = 0 と求められます。時間まで 0 なら 0 ÷ 0 となり、求められません。（4）は 5 × 3600 = 18000 で 1 時間に 18000m、つまり 18km です。時速 18km は時速 15km より速く、単位をそろえず 15 と 5 だけを比べてはいけません。

←　**戻り先：**第一節・第二節・第三節・第七節・例題四・例題十・図八

到達確認の解答

確認一　関係と単位を読む

正答　（1）18km/h　（2）割合 0.5 は量の単位なし、速さ 5km/h　（3）$\frac{3}{5}$、60%

考え方　（1）は $40 \div 60 = \frac{2}{3}$ で 40 分を $\frac{2}{3}$ 時間にし、$12 \div \frac{2}{3} = 18$ です。$18 \times \frac{2}{3} = 12$ で元の道のりに戻ります。（2）は $5 \div 10 = 0.5$、$10 \div 2 = 5$ です。同じ種類の長さを同じ単位で割った割合には量の単位がなく、道のりを時間で割った速さには km/h が付きます。

確認一（3）は全体が $3 + 2 = 5$ つ分なので、A 用は $\frac{3}{5} = 0.6 = 60\,\%$ です。A 用を B 用と比べる $\frac{3}{2}$ とは区別します。

←　戻り先：第一節・第三節・第六節・例題三・例題九・図七

確認二　量を求めて確かめる

正答　（1）180 円　（2）108m　（3）32m^2

考え方　（1）は $240 \times \frac{3}{4} = 180$ です。$180 \div \frac{3}{4} = 240$ で単価 240 円/m に戻ります。（2）は $1.2 \times 90 = 108$ です。$108 \div 90 = 1.2$ で秒速に戻ります。（3）は $24 \div 0.75 = 32$ です。$0.75 \times 32 = 24$ で全人数に戻ります。

←　戻り先：第二節・第三節・第四節・例題二・例題三・例題六

確認三　条件と全体から判断する

正答　（1）4.5 時間、4km/h　（2）A は 180 円、B は 170 円、B　（3）200 円、280 円、360 円、比例しない

考え方　（1）は行き $9 \div 6 = 1.5$ 時間、帰り $9 \div 3 = 3$ 時間、合計 $1.5 + 3 = 4.5$ 時間です。全道のり 18km を使い $18 \div 4.5 = 4$ と求めます。$4 \times 4.5 = 18$ で戻ります。二つの速さの単純な平均 4.5km/h にはなりません。

確認三（2）は $540 \div 300 \times 100 = 180$、$850 \div 500 \times 100 = 170$ です。同じ 100g なら B の方が安くなります。（3）は $200 + 80 \times 0 = 200$、$200 + 80 \times 1 = 280$、$200 + 80 \times 2 = 360$ です。距離が 1km から 2km へ 2 倍でも、全体の料金は 2 倍ではありません。増える部分と基本料金を区別します。

←　戻り先：第一節・第三節・第五節・第七節・例題一・例題五・例題十・図八

この本を終えたあとに

数を読むとき、何を数え、何を基準にしているかを確かめる。計算するとき、その方法がなぜ使えるかを考える。この一冊では、見慣れた数や式を、意味から捉え直してきました。

数と量を読み分ける

同じ数値でも、単位や数える対象が違えば、同じ量を表すとは限りません。数字だけで判断せず、何を1とするかへ目を向けます。

計算を意味から確かめる

同じ一つ分をそろえること、まとまりを組み替えること、元の関係へ戻すこと。計算の手順は、こうした数量の関係に支えられています。答えは単位・見積もり・逆の計算などでも点検できます。

表し方を行き来する

分数・小数・百分率は、同じ数を違う形で表せます。図や言葉も使い、何が変わり、何が変わらないかを確かめると、割合や単位量の関係も読み取りやすくなります。

この先の学びへ

負の数、文字式、図形、関数などを学ぶときも、単位、等しさ、数の表し方は土台になります。迷ったときは必要な章へ戻り、図や式から確かめ直してください。

読み直すときは

第一部　数とその表し方を知る
第二部　計算の意味を理解する
第三部　数量の関係を捉える